# Практичне заняття №15.

# Тема: Багатократні (багаторазові) вимірювання

# Прямі вимірювання. Визначення систематичної похибки при багатократних вимірюваннях, об’єму вибірки, довірчої вірогідності

**Приклад 1.** Похибки результатів спостережень при вимірюванні напруги розподілені за нормальним законом, причому систематична складова дорівнює нулю, а середнє квадратичне відхилення (СКВ) S випадкової складової похибки дорівнює 50 мВ. Визначити вірогідність того, що оцінка результатів вимірюван-ня відрізняється від дійсного значення не більш ніж на ± 120 мВ.

**Розв’язок**

Відповідно визначенню довірчої вірогідності



При симметричному інтервалі похибок (Δ = ±120 мВ, тобто Δ2 = +120 мВ та Δ1 = -120 мВ та ) довірча вірогідність буде



Скориставшись таблицею значень нормованої функції Лапласа, отримаємо



**Приклад 2.** Похибки результатів спостережень при вимірюванні напруги розподілені за нормальним законом, причому систематична складова дорівнює  а СКВ випадкової складової похибки дорівнює  Визна-чити вірогідність того, що результат вимірювання відрізняється від дійсного значення напруги не більш ніж на 100 мВ.

**Розв’язок**

Якщо визначена систематична складова похибки, то необхідно внести поправку і отримати виправлений результат вимірювання:



Після введення поправки границя інтервалу зменьшится на величину систе-матичної складової. Для визначення шуканої вірогідності скористаємось функці-єю Лапласа в інтервалі від 0 до 70 мВ:



**Приклад 3.** Похибки результатів спостережень при вимірюванні сили стру-му амперметром розподілені за нормальним законом, причому СКВ випадкової складової похибки дорівнює 20 мА, а систематичною складовою (за апостеріор-ною інформацією) можна знехтувати.

Визначити кількість незалежних вимірювань, які потрібно зробити, щоб хоча б для одного з них похибка не перевищувала ± 5 мА з вірогідністю 0,95.

**Розв’язок**

Вірогідність того, що хоча б для одного вимірювання похибка не переви-щить ±5 мА, є такою:



Вірогідність того, що при  незалежних вимірюваннях жодне з них не включає похибки, більшої за ± 5 мА, буде:

****

З іншої сторони, ця ж вірогідність не може бути більшою за 

 отже, , звідки 

Так як число вимірювань  може бути тільки цілим, то 

**Приклад 4.** Похибки результатів випадкових спостережень при вимірювані сили струму розподілені рівномірно в інтервалі від -1 до + 3 мА. Визначити систематичну похибку результату вимірювання, СКВ результату вимірювання і вірогідність того, що виправлений результат вимірювання відрізняється від дійсного значення не більш ніж на ± 2 мА.

**Розв’язок**

Враховуючи, що для рівномірного розподілу похибок повна вірогідність появи похибок у вказаному інтервалі визначається як

 і 

і знайдемо щільність розподілу:



Абсолютну систематичну похибку  та СКВ ** обрахуємо у відповідності до їх визначення за формулами



 

Довірчу вірогідність визначимо, скориставшись формулою

 

### **Значення нормованої функції Лапласа**

 **Зверніть увагу!** Всі значення нормованої функції Лапласа менші за 0,5 (тобто 0,...)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Z | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0,0 | 0,00000 | 0,00399 | 0,00798 | 0,01197 | 0,01595 | 0,01994 | 0,02392 | 0,02790 | 0,03188 | 0,03586 |
| 0,1 | 03983 | 04380 | 04776 | 05172 | 05567 | 05962 | 06356 | 06749 | 07142 | 07535 |
| 0,2 | 07926 | 08317 | 08706 | 09095 | 09483 | 09871 | 10257 | 10642 | 11026 | 11409 |
| 0,3 | 11791 | 12172 | 12552 | 12930 | 13307 | 13683 | 14058 | 14431 | 14803 | 15173 |
| 0,4 | 15542 | 15910 | 16276 | 16640 | 17003 | 17364 | 17724 | 18082 | 18439 | 18793 |
| 0.5 | 19146 | 19497 | 19847 | 20194 | 20540 | 20884 | 21226 | 21566 | 21904 | 22240 |
| 0,6 | 22575 | 22907 | 23237 | 23565 | 23891 | 24215 | 24537 | 24857 | 25175 | 25490 |
| 0,7 | 25804 | 26115 | 26424 | 26730 | 27035 | 27337 | 27637 | 27935 | 28230 | 28524 |
| 0,8 | 28814 | 29103 | 29389 | 29673 | 29955 | 30234 | 30511 | 30785 | 31057 | 31327 |
| 0,9 | 3 1594 | 31859 | 32121 | 32381 | 32639 | 32894 | 33147 | 33398 | 33646 | 33891 |
| 1,0 | 34134 | 34375 | 34614 | 34850 | 35083 | 35314 | 35543 | 35769 | 35993 | 36214 |
| 1,1 | 36433 | 36650 | 36864 | 37076 | 37286 | 37493 | 37698 | 37900 | 38100 | 38298 |
| 1,2  | 38493 | 38686 | 38877 | 39065 | 39251 | 39435 | 39617 | 39796 | 39973 | 40147 |
| 1,3 | 40320 | 40490 | 40658 | 40824 | 40988 | 41149 | 41309 | 41466 | 41621 | 41774 |
| 1,4 | 41924 | 42073 | 42220 | 42364 | 42507 | 42647 | 42786 | 42922 | 43056 | 43189 |
| 1,5 | 43319 | 43448 | 43574 | 43699 | 43822 | 43943 | 44062 | 44179 | 44295 | 44408 |
| 1,6 | 44520 | 44630  | 44738 | 44845 | 44950 | 45053 | 45154 | 45254 | 45352 | 45449 |
| 1,7 | 45543 | 45637 | 45728 | 45818 | 45907 | 45994 | 46080 | 46164 | 46246 | 46327 |
| 1,8 | 46407 | 46485 | 46562 | 46638 | 46712 | 46784 | 46856 | 46926 | 46995 | 47062 |
| 1,9 | 47128 | 47193 | 47257 | 47320 | 47381 | 47441 | 47500  | 47558 | 47615 | 47670 |
|  2,0 | 47725 | 47778 | 47831 | 47882 | 47932 | 47982 | 48030 | 48077 | 48124 | 48169 |
| 2,1 | 48214 | 48257 | 48300 | 48341 | 48382 | 48422 | 48461 | 48500 | 48537 | 48574 |
| 2,2 | 48610 | 48645 | 48679 | 48713 | 48745 | 48778 | 48809 | 48840 | 48870 | 48899 |
| 2,3 | 48928 | 48956 | 48983 | 49010 | 49036 | 49061 | 49086 | 49111 | 49134 | 49158 |
| 2,4 | 49180 | 49202 | 49224 | 49245 | 49266 | 49286 | 49305 | 49324 | 49343 | 49361 |
| 2,5 | 49379 | 49396 | 49413 | 49430 | 49446 | 49461 | 49477 | 49492 | 49506 | 49520 |
| 2,6 | 49534 | 49547 | 49560 | 49573 | 49585 | 49598 | 49609 | 49621 | 49632 | 49643 |
| 2,7 | 49653 | 49664 | 49674 | 49683 | 49693 | 49702 | 49711 | 49720 | 49728 | 49736 |
| 2,8 | 49744 | 49752 | 49760 | 49767 | 49774 | 49781 | 49788 | 49795 | 49801 | 49807 |
| 2,9 | 49813 | 49819 | 49825 | 49831 | 49836 | 49841 | 49846 | 49851 | 49856 | 490861 |

**Задачі для гр. 310**

1. Результати багатократних спостережень при вимірюванні потужності ваттметром містять випадкову складову похибки, яка розподілена за нормальним законом з СКВ Визначити вірогідність, з якою похибка результату вимірювання потужності перевищить значення, яке дорівнює 150 мВт, якщо 

2. Обраний принцип вимірювання забезпечує вимірювання діаметру деталей з відносним СКВ  Приймаючи розподілення випадкових похибок рівно-мірним, визначити частоту появи деталей, діаметр яких буде відрізнятись від середнього значення більш ніж на ± 2 %.

**Задача для гр. 311**

Для партії однотипних валиків контролюють діаметр і отримали СКВ, яке дорівнює розподілення випадкових відхилень прийнято нормальним. Визначити мінімальний об’єм партії (кількість деталей), при якому можуть траплятися деталі з відхиленням від середнього значення більш ніж 25 мкм.

**Задачі для гр. 312**

1. За результатами багатократних вимірювань діаметра 24-х однотипних вісей отримали значення СКВ результатів спостережень, розподілених за нормальним законом, яке дорівнює . Визначити вірогідність появи вісей, діаметр котрих може відхилятися на 2% від середнього значення 25,04 мм.

1. Похибки результатів випадкових спостережень при вимірювані сили струму розподілені рівномірно в інтервалі від -0,5 до +0,8 мА. Визначити систематичну похибку результату вимірювання, СКВ результату вимірювання і вірогідність того, що виправлений результат вимірювання відрізняється від дійсного значення не більш ніж на ± 1 мА.

**Задачі для гр. 318**

1. Результати багатократних спостережень при вимірювані сили струму ам-перметром містять випадкову складову похибки, яка розподілена за нормальним законом з СКВ Визначити вірогідність, з якою похибка результату вимірювання сили струму перевищить 10 мА.

2. Випадкові похибки при багатократних вимірюваннях опору резистора розподілені за нормальним законом, Δсист = 0, а СКВ результату вимірювання  Визначити кількість незалежних вимірювань для того, що хоча б для одного з них похибка перевищила ± 5 Ом з довірчою вірогідністю Рдов = 0,98.

**Задачі для гр. 318а**

1. При вимірюванні маси зразків застосований метод забезпечив СКВ випадкової складової похибки вимірювання  Визначити, яку кількість зразків із партії потрібно взяти для зважування, якщо придатними визнаються зразки з масою від 0,098 кг до 0,100 кг. Вірогідність помилки при прийнятті рішення не повинна перевищувати 5%.

2. Встановлено, що випадкові складові похибки вимірювального каналу (частина вимірювальної системи) контролю напруги розподілені за нормальним законом, причому 90% похибок знаходяться в інтервалі ± 75 мВ. Визначити вірогідність того, що похибка вимірювального каналу не перевищить ± 100 мВ.

**Задачі для гр. 319**

1. Результати багатократних спостережень при вимірюванні напруги мілі-вольтметром мають випадкову складову похибки, яка розподілена за нормаль-ним законом з СКВ та систематичною складовою похибки  Визначити вірогідність того, що результат вимірювання напруги перевищить дійсне значення не більш ніж на 200 мВ.

2. За результатом повірки омметра встановлено, що 70% випадкових складових похибки результатів спостережень не перевищує ± 20 Ом. Будемо вважати, що випадкові відхилення результатів спостережень розподілені за нормальним законом з нульовим математичним очікуванням. Визначити середню квадратичну похибку результату вимірювання.

**Задачі для гр. 319а**

1. Допустиме відхилення температури сталі при випуску з печі не повинно перевищувати ± 10° С від завданого значення. СКВ випадкової складової похиб-ки, яка розподілена за нормальним законом, складає  а систематична ̶ Визначити вірогідність, за якою результат вимірювання температури не перевищить межі завданого інтервалу.

2. Випадкова складова похибки результатів спостережень при вимірюванні напруги розподілена за рівномірним законом з СКВа систематична складова дорівнює  Визначити вірогідність того, що результат ви-мірювання напруги Uизм = 8,5 В відрізняється від дійсного значення не більш ніж на ± 100 мВ.