Практичне заняття №13.

Рішення задач на тему: «Багатократні (багаторазові) вимірювання»

Методика розрахунку.

(Методика викладена для фізичної величини – електричного опору R; дійсна для будь-якої іншої ФВ).

1. Визначити оцінку дійсного значення фізичної величини – точкову (точеч-ную) оцінку математичного очікування як середнє арифметичне значення (САЗ), яке буде прийняте за результат багатократного вимірювання:

  (1)

2. Розрахувати значення випадкових відхилень результатів окремих спостере-жень *Ri* від САЗ і записати їх в таблицю:

 . (2)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| I | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| vі |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Визначити остаточну випадкову похибку як $ \sum\_{i=0}^{n}v\_{i}\rightarrow 0.$

3. Визначити точкову оцінку середнього квадратичного відхилення (СКВ) результатів спостережень:

 **  (3)

4. Перевірити вибірку на наявність грубих помилок (промахів) при вимірю-ваннях за критеріями «3-х сігм» і Смірнова. Якщо у вибірці буде знайдено промахи, їх треба вилучити із вибірки і оцінки (за формулами 1-3) перерахувати.

4.1. Критерій «3-х сігм» застосовують для виявлення грубих помилок з вірогід-ністю 0,9973 (або 99,73%), однак, легко можна здійснити помилку 2-го роду: прийняти промах за правильний результат.

Згідно цього критерію необхідно порівняти випадкове відхилення, яке є найбільшим за модулем з потроєним значенням СКВ результатів спостережень. Якщо *|viмах| > 3·S(Ri)*, то результат спостереження, який характеризується цим відхиленням, є промахом.

 4.2. За критерієм Смірнова необхідно також визначити найбільше за значенням випадкове відхилення, узяте по модулю, і розділити на значення СКВ, а потім порівняти з допустимим значенням, яке потрібно обрати із таблиці статистики Смірнова у відповідності до завданої довірчої вірогідності *Рдов* та числа спостережень *n* (див. таблицю Критерій Смірнова):

  (4)

Якщо виявлено промах за критерієм Смірнова, то рекомендовано перевірити найближчі до нього значення.

5. Обрахувати точкову оцінку СКВ результату вимірювання:

 . (5)

6. Визначити довірчі межі *ε* випадкової похибки результату вимірювання:

 $ ε=\pm t\_{Р\_{дов}}·S(\overline{R),}$ (6)

$де t\_{Р\_{дов}}$ - коефіцієнт, який обирають з таблиці статистики Стьюдента за зна-ченням довірчої вірогідності *Рдов*  та числа ступенів свободи *k = n – 1* (див. табли-цю Розподілення Стьюдента).

7. Записати результат вимірювання у виді:

 $R=\overline{R}\pm ε , $ (7)

$P\_{дов}=\\_\\_\\_\\_\\_\\_, n=\\_\\_\\_\\_$ .

(Точкова та інтервальна оцінки повинні бути округлені з однаковою кількістю значущих цифр; починати округлення з інтервальної оцінки).

##### Критерій Смірнова.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **n** | **q = 0,10 (Pдов = 0,90)** | **q = 0,05 (Pдов = 0,95)** | **q = 0,01 (Pдов = 0,99)** |
| **3** | **1,15** | **1,15** | **1,15** |
| **4** | **1,42** | **1.46** | **1.49** |
| **5** | **1,60** | **1,67** | **1,75** |
| **6** | **1,73** | **1,82** | **1,94** |
| **7** | **1,83** | **1,94** | **2,10** |
| **8** | **1,91** | **2,03** | **2,22** |
| **9** | **1,98** | **2,11** | **2,32** |
| **10** | **2,03** | **2,18** | **2,41** |
| **11** | **2,09** | **2,23** | **2,48** |
| **12** | **2,13** | **2,29** | **2,55** |
| **13** | **2,17** | **2,33** | **2,61** |
| **14** | **2,21** | **2,37** | **2,66** |
| **15** | **2,25** | **2,41** | **2,70** |

##### Розподілення Стьюдента (нормальне усічене)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **k** | **Pдов  = 0.80** | **Pдов = 0.90** | **Pдов = 0.95** | **Pдов  = 0.98** | **Pдов = 0.99** |
| 1 | 3.08 | 6.31 | 12.71 | 31.82 | 63.66 |
| 2 | 1.89 | 2.92 | 4.30 | 6.93 | 9.53 |
| 3 | 1.64 | 2.35 | 3.18 | 4.54 | 5.84 |
| 4 | 1.53 | 2.13 | 2.78 | 3.75 | 4.60 |
| 5 | 1.48 | 2.02 | 2.57 | 3.37 | 4.03 |
| 6 | 1.44 | 1.94 | 2.45 | 3.14 | 3.71 |
| 7 | 1.42 | 1.90 | 2.37 | 3.00 | 3.50 |
| 8 | 1.40 | 1.86 | 2.31 | 2.90 | 3.36 |
| 9 | 1.38 | 1.83 | 2.26 | 2.82 | 3.25 |
| 10 | 1.37 | 1.81 | 2.23 | 2.76 | 3.17 |
| 11 | 1.36 | 1.80 | 2.20 | 2.72 | 3.11 |
| 12 | 1.36 | 1.78 | 2.18 | 2.68 | 3.06 |
| 13 | 1.35 | 1.77 | 2.16 | 2.651 | 3.01 |
| 14 | 1.34 | 1.76 | 2.15 | 2.62 | 2.98 |
| 15 | 1.34 | 1.75 | 2.13 | 2.60 | 2.95 |

Число ступенів свободи визначають, як k = n – 1,

 де n – кількість достовірних вибіркових вимірювань.

**Задачі для самостійної роботи.**

**Задача 1.** Отримано оцінки дійсного значення у вигляді САЗ (середнього арифметичного) та СКВ (середнє квадратичне відхилення) маси гири за результатами 16 вимірювань.  та 

Оцінити межі довірчого інтервалу з вірогідністю 0,98.

**Задача 2**. За результатами 22 вимірювань ємності конденсатора обраховані оцінки САЗ та СКВ результату вимірювання, значення яких дорівнює:  та .

Оцінити межі довірчого інтервалу з вірогідністю 0,95. Округлити результати, враховуючи, що номінальне значення ємності 3,12 мкФ.

**Задача 3.** За результатами 20 спостережень було визначено довірчий інтервал результату вимірювання тиску с довірчою вірогідністю 0,80: 

Визначити межі довірчого інтервалу з Рдов = 0,99.

**Задача 4.** Визначити точкову та інтервальну (симметричні межі довірчого інтер-валу) оцінки результату вимірювання температури (t, °С), отриманої за допомогою термо-електричного термометра, за такими результатами,: 22,15; 22,40; 22,37; 22,32; 22,33; 22,18; 22,18; 22,20. Вважаємо, що термо-ЕРС (термо-електрорушійна сила) є випадковою величиною, її значення розподілені за усіченим нормальним законом (розподілення Стьюдента), а довірча вірогідність є не нижчою за 90%.