**Практичне заняття №13. Самостійна робота.**

 **Багаторазові (багатократні) вимірювання**

**1 Рівні за точністю**

**(Навчальний посібник** Новиков Г.А. Основы метрологии. Учебное пособие. — Ульяновск: УлГТУ, 2010. — 182 с. (с. 13 – 182), вільний інтернет-ресурс <https://www.twirpx.com/file/339205/>), с.123 – 154).

**Завдання.**

Отримано n-у кількість вибіркових результатів вимірювань електричного опору *Ri*(тобто вибірка об’ємом n). Потрібно за результатами вибірки оцінити дійсне значення ФВ та довірчий (доверительный) інтервал.

Для багатократних випадкових вимірювань оцінка дійсного значення розраховується за припущенням, що ці випадкові значення розподілені за нормальним законом (див. теорію у рекомендованому підручнику з п. 3.5 (с. 123) або в будь-якому іншому за темою «Випадкові величини. Опис, властивості, функції розподілу випадкових величин»).

**Варіант завдання відповідає:**

**Гр. 318: 1 – Андрюхіна А., 2- Басов О., 3 – Білоус К., 4 – Білоуов Д.,**

 **5 – Городовий О., 6 – Завада Т., 7 – Запорожець М., 8 – Каюк В.,**

**9 – Колесник В., 10 – Набок В., 11 - Овчаренко К., 12 – Селівко Д.**

**Гр. 318а: варіант №13.**

**Гр. 319: 14 - Валковський Д., 15 – Дроздова Є., 16 – Лєвашов Д.,**

 **17 – Мачула О., 18 – Паладійчук А., 19 – Сисоєв В.,**

 **20 – Сич Т., 21 – Яковенко О., 22 – Янюк О., 23 – інші студ.**

**Гр. 319а: 24 – Єфімов Н., 25 – Кузьмин М., 26 – Моісеєнко М.,**

 **27 – Мудрік В., 28 – Хара Д., 29 – інші студенти.**

Таблиця 1. Результати багатократних спостережень

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *№* | *R1* | *R2* | *R3* | *R4* | *R5* | *R6* | *R7* | *R8* | *R9* | *R10* | *R11* | *R12* | *Pдов* |
| 1 | 231,2 | 231,5 | 231,0 | 231,6 | 231,1 | 231,3 | 231,2 | 231,5 | 230,9 | 230,9 | 231,7 | 232,4 | 0,90 |
| 2 | 120,5 | 120,9 | 120,1 | 120,9 | 120,6 | 120,7 | 120,3 | 120,5 | 120,2 | 122,3 | 120,1 | 120,0 | 0,95 |
| 3 | 15,2 | 15,1 | 15,2 | 15,1 | 15,5 | 15,0 | 15,1 | 15,2 | 15,1 | 15,4 | 15,5 | 15,8 | 0,99 |
| 4 | 1,02 | 1,04 | 1,05 | 1,01 | 1,03 | 1,07 | 1,07 | 1,05 | 1,03 | 1,02 | 1,01 | 0,97 | 0,80 |
| 5 | 10,3 | 10,4 | 10,2 | 10,3 | 10,5 | 10,3 | 10,3 | 10,2 | 10,1 | 10,2 | 10,5 | 10,1 | 0,98 |
| 6 | 100,1 | 100,1 | 100,2 | 100,0 | 100,3 | 100,1 | 100,3 | 100,2 | 100,0 | 100,3 | 100,3 | 100,7 | 0,95 |
| 7 | 12,2 | 12,3 | 12.,3 | 12,3 | 12,1 | 12,5 | 12,4 | 12,5 | 12,4 | 12,5 | 12,1 | 12,2 | 0,95 |
| 8 | 7,01 | 7,02 | 7,10 | 7,05 | 7,07 | 7,03 | 7,03 | 7,05 | 7,08 | 7,05 | 7,10 | 7,09 | 0,90 |
| 9 | 14,05 | 14,07 | 14,10 | 14,08 | 14,07 | 14,05 | 14,03 | 14,10 | 14,07 | 14,05 | 14,08 | 14,07 | 0,80 |
| 10 | 400,1 | 400,8 | 401,1 | 401,2 | 400,7 | 400,8 | 400,7 | 400,3 | 400,5 | 400,4 | 400,5 | 400,6 | 0,95 |
| ***№*** | ***R1*** | ***R2*** | ***R3*** | ***R4*** | ***R5*** | ***R6*** | ***R7*** | ***R8*** | ***R9*** | ***R10*** | ***R11*** | ***R12*** | ***Pдов*** |
| 11 | 200,5 | 200,8 | 200,9 | 200,7 | 200,5 | 200,3 | 200,4 | 200,3 | 200,1 | 200,2 | 200,1 | 200,0 | 0,98 |
| 12 | 110,5 | 111,1 | 111,0 | 110,8 | 110,7 | 110,5 | 110,6 | 111,1 | 111,0 | 110,7 | 110,5 | 110,6 | 0,80 |
| 13 | 220,5 | 220,8 | 220,9 | 220,1 | 220,3 | 220,4 | 220,7 | 220,5 | 220,9 | 220,8 | 220,7 | 220,1 | 0,90 |
| 14 | 151 | 152 | 151 | 154 | 153 | 152 | 150 | 149 | 150 | 151 | 150 | 152 | 0,95 |
| 15 | 330,1 | 329,3 | 329,5 | 329,8 | 329,7 | 329,8 | 329,5 | 329,6 | 330,0 | 330,2 | 330,1 | 330,6 | 0,95 |
| 16 | 150,1 | 150,0 | 150,2 | 150,1 | 150,4 | 149,8 | 149,9 | 150,0 | 150,3 | 150,4 | 150,0 | 149,6 | 0,80 |
| 17 | 180,5 | 181,1 | 181,2 | 180,7 | 180,6 | 180,5 | 181,0 | 181,2 | 181,1 | 180,9 | 180,7 | 181,0 | 0,90 |
| 18 | 130 | 131 | 132 | 130 | 129 | 129 | 130 | 131 | 131 | 132 | 129 | 128 | 0,95 |
| 19 | 27,1 | 27,1 | 27,3 | 27,5 | 26,9 | 26,8 | 27,1 | 27,2 | 27,1 | 26,9 | 26,9 | 27,1 | 0,98 |
| 20 | 0,012 | 0,011 | 0,010 | 0,011 | 0,012 | 0,011 | 0,013 | 0,012 | 0,010 | 0,012 | 0,012 | 0,010 | 0,99 |
| 21 | 240,2 | 241,0 | 242,1 | 241,8 | 241,9 | 241,7 | 240,1 | 240,5 | 240,3 | 241,0 | 241,4 | 240,0 | 0,80 |
| 22 | 20,1 | 20,3 | 20,2 | 20,0 | 20,1 | 20,3 | 20,5 | 20,4 | 20,2 | 20,5 | 20,1 | 20,3 | 0,95 |
| 23 | 161 | 163 | 162 | 163 | 161 | 160 | 162 | 165 | 164 | 162 | 163 | 163 | 0,90 |
| 24 | 198 | 197 | 195 | 202 | 203 | 204 | 201 | 205 | 203 | 200 | 201 | 200 | 0,99 |
| 25 | 5,1 | 5,2 | 5,1 | 4,9 | 5,0 | 5,1 | 5,0 | 5,0 | 4,9 | 5,2 | 5,1 | 5,1 | 0,90 |
| 26 | 10,01 | 10,05 | 10,03 | 10,05 | 10,03 | 10,02 | 10,05 | 10,03 | 10,02 | 10,01 | 10,02 | 10,01 | 0,95 |
| 27 | 149,7 | 149,1 | 149,5 | 149,9 | 150,1 | 150,2 | 150,7 | 150,2 | 150,0 | 149,8 | 149,7 | 150,3 | 0,90 |
| 28 | 33,1 | 33,5 | 33,2 | 33,2 | 33,3 | 33,2 | 33,5 | 33,3 | 33,4 | 33,1 | 33,2 | 33,1 | 0,80 |
| 29 | 110,1 | 110,8 | 110,3 | 109,5 | 109,3 | 109,8 | 110,5 | 110,3 | 110,1 | 110,1 | 110,5 | 109,4 | 0,98 |
| 30 | 51,1 | 51,2 | 51,3 | 51,0 | 51,3 | 51,2 | 51,3 | 51,2 | 51,0 | 51,5 | 51,2 | 51,0 | 0,80 |
| 31 | 16,5 | 16,6 | 16,7 | 16,4 | 16,3 | 16,5 | 16,7 | 16,6 | 16,4 | 16,5 | 16,6 | 16,4 | 0,95 |
| 32 | 20,5 | 21,0 | 22,0 | 21,5 | 21,0 | 21,2 | 21,5 | 20,0 | 21,5 | 22,0 | 21,5 | 20,5 | 0,98 |
| 33 | 220,1 | 220,2 | 220,5 | 219,8 | 219,9 | 219,7 | 220,0 | 220,2 | 220,4 | 220,4 | 220,3 | 199,8 | 0,80 |

Методика розрахунку.

1. Визначити оцінку дійсного значення – точкову (точечную) оцінку математичного очікування як середнє арифметичне значення (САЗ), яке буде прийняте за результат багатократного вимірювання:

  (1)

2. Розрахувати значення випадкових відхилень результатів окремих спостережень *Ri* від САЗ і записати їх в таблицю:

 . (2)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| I | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| vі |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Визначити остаточну випадкову похибку як $ \sum\_{i=0}^{n}v\_{i}\rightarrow 0.$

3. Визначити точкову оцінку середнього квадратичного відхилення (СКВ) результатів спостережень:

 **  (3)

4. Перевірити вибірку на наявність грубих помилок (промахів) при вимі-рюваннях за критеріями «3-х сігм» і Смірнова. Якщо у вибірці буде знайдено промахи, їх треба вилучити із вибірки і оцінки (за формулами 1-3) перерахувати.

4.1. Критерій «3-х сігм» застосовують для виявлення грубих помилок з вірогідністю 0,9973 (або 99,73%), однак, легко можна здійснити помилку 2-го роду: прийняти промах за правильний результат.

Згідно цього критерію необхідно порівняти випадкове відхилення, яке є найбільшим за модулем з потроєним значенням СКВ результатів спостере-жень. Якщо *|viмах| > 3·S(Ri)*, то результат спостереження, який характеризу-ється цим відхиленням, є промахом.

 4.2. За критерієм Смірнова необхідно також визначити найбільше за значенням випадкове відхилення, узяте по модулю, і розділити на значення СКВ, а потім порівняти з допустимим значенням, яке потрібно обрати із таблиці статистики Смірнова у відповідності до завданої довірчої вірогідності *Рдов* та числа спостережень *n* (див. таблицю 2):

  (4)

Якщо виявлено промах за критерієм Смірнова, то рекомендовано перевірити найближчі до нього значення.

5. Обрахувати точкову оцінку СКВ результату вимірювання:

 . (5)

6. Визначити довірчі межі *ε* випадкової похибки результату вимірювання:

 $ ε=\pm t\_{Р\_{дов}}·S(\overline{R),}$ (6)

$де t\_{Р\_{дов}}$ - коефіцієнт, який обирають з таблиці статистики Стьюдента за значенням довірчої вірогідності *Рдов*  та числа ступенів свободи *k = n – 1* (див. таблицю 3).

7. Записати результат вимірювання у виді:

 $R=\overline{R}\pm ε , $ (7)

$P\_{дов}=\\_\\_\\_\\_\\_\\_, n=\\_\\_\\_\\_$ .

(Точкова та інтервальна оцінки повинні бути округлені з однаковою кількістю значущих цифр; починати округлення з інтервальної оцінки).

Як визначити коефіцієнт за таблицями статистик Смірнова та Стьюдента: 1) визначити *n* або *k* (1-й стовпчик таблиць), 2) визначити *Pдов* (значення задано), 3) на перетині строки та стовпця визначити коефіцієнт.

Для варіантів, в яких Pдов = 80%, тільки при перевірці на наявність промахів обирати коефіцієнт з Pдов = 90%. Для варіантів, в яких Pдов = 98%, тільки при перевірці на наявність промахів обирати коефіцієнт з Pдов = 99%.

Таблиця 2 – Статистика Смірнова

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *n* | *q = 0,10 (Pдов = 0,90)* | *q = 0,05 (Pдов = 0,95)* | *q = 0,01 (Pдов = 0,99)* |
| 3 | 1,15 | 1,15 | 1,15 |
| 4 | 1,42 | 1.46 | 1.49 |
| 5 | 1,60 | 1,67 | 1,75 |
| 6 | 1,73 | 1,82 | 1,94 |
| 7 | 1,83 | 1,94 | 2,10 |
| 8 | 1,91 | 2,03 | 2,22 |
| 9 | 1,98 | 2,11 | 2,32 |
| 10 | 2,03 | 2,18 | 2,41 |
| 11 | 2,09 | 2,23 | 2,48 |
| 12 | 2,13 | 2,29 | 2,55 |
| 13 | 2,17 | 2,33 | 2,61 |
| 14 | 2,21 | 2,37 | 2,66 |
| 15 | 2,25 | 2,41 | 2,70 |
| 16 | 2,28 | 2,44 | 2,75 |
| 17 | 2,31 | 2,48 | 2,78 |
| 18 | 2,34 | 2,50 | 2,82 |
| 19 | 2,36 | 2,53 | 2,85 |
| 20 | 2,38 | 2,56 | 2,88 |
| 21 | 2,41 | 2,58 | 2,91 |
| 22 | 2,43 | 2,60 | 2,94 |
| 23 | 2,45 | 2,62 | 2,96 |
| 24 | 2,47 | 2,64 | 2,99 |
| 25 | 2,49 | 2,66 | 3,01 |
| 30 | 2,70 | 2,93 | 3,40 |
| 40 | 2,79 | 3,02 | 3,48 |
| 50 | 2,86 | 3,08 | 3,54 |

Таблиця 3 – Статистика розподілення Стьюдента

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***k/Pдов*** | ***0.80*** | ***0.90*** | ***0.95*** | ***0.98*** | ***0.99*** | ***0.995*** | ***0.999*** |
| *1* | 3.08 | 6.31 | 12.71 | 31.82 | 63.66 | 127.32 | 636.62 |
| *2* | 1.89 | 2.92 | 4.30 | 6.93 | 9.53 | 14.09 | 31.60 |
| *3* | 1.64 | 2.35 | 3.18 | 4.54 | 5.84 | 7.45 | 12.94 |
| *4* | 1.53 | 2.13 | 2.78 | 3.75 | 4.60 | 5.60 | 8.61 |
| *5* | 1.48 | 2.02 | 2.57 | 3.37 | 4.03 | 4.77 | 6.86 |
| *6* | 1.44 | 1.94 | 2.45 | 3.14 | 3.71 | 4.32 | 5.96 |
| *7* | 1.42 | 1.90 | 2.37 | 3.00 | 3.50 | 4.03 | 5.41 |
| *8* | 1.40 | 1.86 | 2.31 | 2.90 | 3.36 | 3.83 | 5.04 |
| *9* | 1.38 | 1.83 | 2.26 | 2.82 | 3.25 | 3.69 | 4.78 |
| *10* | 1.37 | 1.81 | 2.23 | 2.76 | 3.17 | 3.58 | 4.59 |
| *11* | 1.36 | 1.80 | 2.20 | 2.72 | 3.11 | 3.50 | 4.44 |
| *12* | 1.36 | 1.78 | 2.18 | 2.68 | 3.06 | 3.43 | 4.32 |
| *13* | 1.35 | 1.77 | 2.16 | 2.65 | 3.01 | 3.37 | 4.22 |
| *14* | 1.34 | 1.76 | 2.15 | 2.62 | 2.98 | 3.33 | 4.14 |
| *15* | 1.34 | 1.75 | 2.13 | 2.60 | 2.95 | 3.29 | 4.07 |
| *16* | 1.34 | 1.75 | 2.12 | 2.58 | 2.92 | 3.25 | 4.02 |
| *17* | 1.33 | 1.74 | *2.*11 | 2.57 | 2.90 | 3.22 | 3.97 |
| *18* | 1.33 | 1.73 | 2.10 | 2.55 | 2.88 | 3.20 | 3.92 |
| *19* | 1.33 | 1.73 | 2.09 | 2.54 | 2.86 | 3.17 | 3.88 |
| *20* | 1.33 | 1.73 | 2.09 | 2.53 | 2.85 | 3.15 | 3.85 |
| *21* | 1.32 | 1.72 | 2.08 | 2.52 | 2.83 | 3.14 | 3.82 |
| *22* | 1.32 | 1.72 | 2.07 | 2.51 | 2.82 | 3.12 | 3.79 |
| *23* | 1.32 | 1.71 | 2.07 | 2.50 | 2.81 | 3.10 | 3.77 |
| *24* | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.49 | 2.80 | 3.09 | 3.75 |
| *25* | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.79 | 3.08 | 3.73 |
| *26* | 1.32 | 1.71 | 2.06 | 2.48 | 2.78 | 3.07 | 3.71 |
| *27* | 1.31 | 1.70 | 2.05 | 2.47 | 2.77 | 3.06 | 3.69 |
| *28* | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.76 | 3.05 | 3.67 |
| *29* | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.76 | 3.04 | 3.66 |
| *30* | 1.31 | 1.70 | 2.04 | 2.46 | 2.75 | 3.03 | 3.65 |
| *40* | 1.30 | 1.68 | 2.02 | 2.42 | 2.70 | 2.97 | 3.55 |
| *60* | 1.30 | 1.67 | 2.00 | 2.39 | 2.66 | 2.91 | 3.46 |
| *90* | 1.29 | 1.66 | 1.98 | 2.36 | 2.62 | 2.86 | 3.37 |
| *120* | 1.28 | 1.64 | 1.96 | 2.33 | 2.58 | 2.81 | 3.29 |