**Практичне заняття на тему:**

**Опосередковані (косвенные) однократні вимірювання**

**Опосередкованими** називають вимірювання, які здійснюють непрямим методом, за яким шукане значення фізичної величини визначають за результатами прямих вимірювань інших фізичних величин, які функціонально пов’язані із шуканою величиною.

**Методика розрахунку** стандартна (незалежно від роду ФВ):

1). Записати функціональну залежність (рівняння зв’язку) величини, що оцінюють опосередковано Z, та величин, які вимірюють прямо W, V, Z (методом безпосередньої оцінки, тобто значения величин, які входять до формули зв’язку, отримують за показаннями приладів)

Y = f (W, V, Z)

В загальному випадку одна або кілька величин-аргументів також можуть бути опосередкованими (тобто обрахованими за попередніми вимірюваннями) або бути фізичними сталими.

2). Визначити оцінку дійсного значення опосередкованої величини $Y\_{вим}$, підставив в формулу виміряні (обраховані) значення аргументів.

3). Визначити абсолютну похибку опосередкованої величини методом часткового диференціювання, при якому по частинам (по черзі) беруть похідні від функції по кожній прямо виміряній ФВ з урахуванням їх абсолютних похибок

$$∆Y = \frac{∂f(W,V,Z)}{∂W}∆W +\frac{∂f(W,V,Z)}{∂V}∆V +\frac{∂f(W,V,Z)}{∂Z}∆Z, $$

де ∂ - символ часткової похідної.

4). Обрахувати (якщо вони невідомі) за метрологічними характеристиками приладів абсолютні похибки прямо виміряних ФВ

$∆ = \pm \frac{γ\_{кл }∙ Х\_{норм}}{100\%}$ або $ ∆ = \pm \frac{δ ∙ Х\_{вим}}{100\%} $.

де Хнорм - нормоване значення (діапазон вимірювання) засобу вимірювання для кожної прямо виміряної величини.

5). Визначити відносну похибку значення опосередкованої величини

$δ = \pm \frac{∆}{Y\_{вим}}100\%$.

**Приклад 1.**

Визначити максимальні значення абсолютної та відносної похибок вимірювання опору резистора за допомогою вольтметра і амперметра (рис.1), якщо показання вольтметра класу точності 1,0 з верхнею границею вимірювання 15 В дорівнює 10 В, а миллиамперметра класу точності 1,5 з верхнею границею вимірювання 150 мА склало 100 мА. Внутрішні опори приладів не враховувати.



Рис. 1 - Схема вимірювання падіння напруги на резисторі

**Розв’язок**

Функціональна залежність між прямими вимірюваннями напруги та сили струму і опосередкованою величиною - опором - визначається за законом Ома і має вид



Абсолютну похибку визначимо з урахуванням часткових похідних по кожній виміряній величині:



Межі абсолютних похибок кожної прямо виміряної величини з урахуванням метрологічних характеристик вимірювальних приладів будуть:





Тоді межі максимальної абсолютної похибки опору



а межі відносної похибки опору

****

***Якщо потрібно визначити межі похибок (максимальні значення), то значення похибок прямо виміряних величин враховують за модулем (тобто т. ч., щоб отримати найбільше значення з можливих).***

***Якщо потрібно знайти найбільш вірогідне значение похибки, то абсолютні похибки прямо виміряних величин підсумовують алгебраїчно (з урахуванням знаків). Тобто***



**Приклад 2.**

Для визначення електричної потужності, яка виділяється в активному опорі, були виміряні: напруга вольтметром класу 1,5 з межею діапазону вимірювання 150 В, відлік 120 В і значення опору навантаження 20 Ом за допомогою одинарного мосту з відносною похибкою ± 0,2%. Визначити значення потужності на опорі і максимальні значення її абсолютної та відносної похибок.

V: γкл = 1,5 1) Визначимо оцінку дійсного значення опосередкованої Uнорм = 150 В величини

Uвим = 120 В $P= \frac{U^{2}}{R}$ = $\frac{U\_{вим}^{2}}{R\_{н}}=\frac{120^{2}}{20}$ = $\frac{14400 В^{2}}{20 Ом}= 720 Вт $

міст: δм = ± 0,2% 2) Обрахуємо абсолютну похибку шуканої величини

 Rн = 20 Ом $∆P = \frac{∂(\frac{U^{2}}{R})}{∂U} ∆U + \frac{∂(\frac{U^{2}}{R})}{∂R}∆R = \frac{\frac{1}{R} ∂(U^{2})}{∂U}∆U+\frac{U^{2}∂(\frac{1}{R})}{∂R}∆R=$

Р - ? ΔР - ? δР-? $= \frac{1}{R}$ 2UΔU + U2 (-$ \frac{1}{R^{2}})$ΔR

1. Визначимо абсолютні похибки напруги та опору:

3.1) Абсолютну похибку напруги визначимо за метрологічними характе-ристиками вольтметра

$$γ\_{кл}= \pm \frac{∆U}{U\_{норм}}100\% \rightarrow ∆U=\pm \frac{γ\_{кл}∙U\_{норм}}{100\%}=\pm \frac{1,5\% ∙ 150B}{100\%}= \pm 2,25 B$$

3.2) Абсолютну похибку опору навантаження визначимо за характерис-тикою вимірювального одинарного мосту

$$δ\_{м}=\pm \frac{∆}{R\_{н}}100\% \rightarrow ∆= ∆R= \pm \frac{δ\_{м}∙ R\_{н}}{100\%} = \pm \frac{0,2\% ∙ 20 Ом}{100\%}= \pm 0,04 Ом$$

Тепер підставимо дані в 2) і знайдемо максимальне значення абсолютної похибки опосередкованої величини

$∆P= \frac{1}{R}$ 2UΔU + U2 (-$ \frac{1}{R^{2}})$ΔR = ±($\frac{2 ∙ 120 В}{20 Ом} 2,25 В −\frac{120^{2}В^{2}}{−R^{2}Ом^{2}}0,04Ом)=$

$=\pm (27\frac{В^{2}}{Ом}+1,44\frac{В^{2}}{Ом})=\pm 28,44 Вт$

1. Обрахуємо максимальне значення відносної похибки потужності

$$δP=\pm \frac{∆P}{P}100\%=\pm \frac{28,44Вт}{720Вт}100\%=\pm 3,95\%≈\pm 4\%$$

Запишемо результат вимірювання у вигляді P = Pвим ± ΔР, δР

Р = 720,0 Вт ± 28,4 Вт, δР = ±4%.

**Ускладнемо задачу. Припустимо, що вольтметр має внутрішній опір, який дорівнює 30,00 кОм ± 0,05 кОм.**

Внутрішній опір вольтметра (який призведе до виникнення методичної похибки систематичного характеру) має бути врахований як опір, який пара-лельно підключений до опору навантаження. Рекомендовано накреслити схему.

Тоді оцінка дійсного значення потужності буде

 $P=\frac{U^{2}}{R\_{еквівал}}=\frac{U^{2}}{R\_{∥}}=\frac{U^{2}}{\frac{R\_{Н}⋅R\_{V}}{R\_{Н}+R\_{V}}} =U\_{вим}^{2}\frac{R\_{Н}+R\_{V}}{R\_{Н}∙R\_{V}}=120^{2}В ^{2}\frac{(20+30000) Ом}{(20⋅30000)Ом}≈ ≈720,48Вт $ $ $

Обрахуємоабсолютну похибку опосередкованої величини - потужності

а) максимальну похибку:

$$∆Р= \pm \left(\frac{∂\left(U^{2}\frac{R\_{Н}+R\_{V}}{R\_{Н}∙R\_{V}}\right)}{∂U}∆U+\frac{∂\left(U^{2}\frac{R\_{Н}+R\_{V}}{R\_{Н}∙R\_{V}}\right)}{∂R\_{Н}}∆R\_{Н}+\frac{∂\left(U^{2}\frac{R\_{Н}+R\_{V}}{R\_{Н}∙R\_{V}}\right)}{∂R\_{V}}∆R\_{V}\right)= $$

$=\pm \left(\frac{R\_{Н}+R\_{V}}{R\_{Н}∙R\_{V}}2U∆U −U^{2}\frac{1+R\_{V}}{R\_{V}^{2}}∆R\_{Н}−U^{2}\frac{R\_{Н}+1}{R\_{Н}^{2}}∆R\_{V}\right)=\pm \left(\frac{20+30000}{20∙30000}∙∙2∙120∙2,25+120^{2}∙ \frac{1+30000}{30000^{2}} ∙0,04 +120^{2}∙\frac{20+1}{20^{2}}∙0,05\right)==\pm (27,018++0,0192+37,8)=\pm 64,8372 Вт≈64,84Вт$

б) вірогідну похибку:

ΔР = ±(27,018 - 0,0192 - 37,8) = ±10,8012 Вт ≈ ±10,8 Вт

Відносна похибка: δмакс = ±(64,84 Вт / 720,48 Вт) 100% = ± 8,999% ≈ ±9%,

 δвір = ±(10,8 Вт / 720,48 Вт) 100% = ± 1,499% ≈ ±1,5%.

Запишемо результат вимірювання у вигляді P = Pвим ± ΔР, δР

Рмакс = 720,5 Вт ± 64,8 Вт, δР = ±9%,

Рвір = 720,5 Вт ± 10,8 Вт, δР = ±1,5%.

 **Приклад 3.**

 Визначити результат вимірювання напруги **Uх** на участку кола ***ав*** (рис. 2), який складається з послідовно поєднаних міліамперметра **мА,** резистора **R** та стабілітрона **VD**, а також абсолютну і відносну похибки результату вимірюван-ня. Відомі параметри кола:

а) міліамперметр **мА** класу точності **0,5** з межею вимірювання **15 мА** і внутрішнім опором **RА  = (1,80 ± 0,03) Ом**, **Iвим = 12 мА**;

б) опір резистора **R** **= (150 ± 1) Ом**;

в) стабілітрон **VD** з напругою стабілізації **Uст****= (9,50 ± 0,02) В.**

 **RА**  **R VD**

 ***а*** **мА *в***

 **Uх**

Рис. 2.

**Розв’язок**

1). Запишемо функціональну залежність: Uх = I (RА + R) + Uст.

Визначимо оцінку дійсного значення напруги на участку *ав:*

Uх = Iвим (RА + R) + Uст  = 12·10-3 А (1,8 + 150) Ом + 9,5 В = 11,3216 В ≈ 11,3 В

2). Визначимо абсолютну похибку опосередкованої величини

$ΔUх =\pm \left(\frac{∂(I (R\_{A} + R) + Uст)}{∂I}∆I+\frac{∂(I (R\_{A} + R) + Uст)}{∂R\_{A}}∆R\_{A}+\frac{∂(I (R\_{A} + R) + Uст)}{∂R}∆R+\frac{∂(I (R\_{A} + R) + Uст}{∂Uст}∆Uст\right)=\pm \left(\frac{(R\_{A} + R) ∂I +0}{∂I}∆I+\frac{I∙∂ (R\_{A} ) + 0+0}{∂R\_{A}}∆R\_{A}+ \frac{I ∂( R) + 0 + 0)}{∂R}∆R+ +\frac{∂Uст}{∂Uст}∆Uст\right)=\pm ((R\_{A} + R)∙1∙∆I +I∙1∙∆R\_{A}+I∙1∙∆R+1∙∆Uст)$

3). Визначимо абсолютні похибки величин-аргументів

$$∆I = \pm \frac{γ\_{кл} ∙\_{ }I\_{норм}}{100\%} =\pm \frac{0,5\%∙15 мА}{100\%}= \pm 7,5∙10^{−5}А = \pm 0,75 мкА,$$

а абсолютні похибки інших аргументів відомі:

$$∆R\_{A}=\pm 0,03 Ом, ∆R = \pm 1Ом, ∆Uст =\pm 0,02 В. $$

Тоді межі абсолютної похибки напруги

$$ΔUх = \pm ((1,8 + 150)Ом∙0,75∙10^{−6}А+12∙10^{−3}А∙0,03 Ом+12∙10^{−3}А∙$$

$$∙1 Ом+0,02 В)= \pm (0,00011385 +0,00036 +0,012 + 0,02)В= =\pm 0,03247385 В ≈\pm 0,03 В $$

4). Відносна похибка буде

$δU\_{X}=\pm \frac{ΔUх}{Uх}100\%= \pm \frac{0,03247385 B}{11,3216 В}100\% =\pm 0,2868309\%≈\pm 0,3\%$ .

Запишемо результат вимірювання: Uх = (11,32 ± 0,03) В, $δU\_{X}$ = ± 0,3 %.