# Практика №3-4.

#  ОДНОКРАТНІ ПРЯМІ ВИМІРЮВАННЯ.

# ВИЗНАЧЕННЯ ДОДАТКОВИХ ПОХИБОК.

# РОЗРАХУНОК ПІДСУМКОВОЇ ПОХИБКИ СИСТЕМАТИЧНОГО ХАРАКТЕРА

**Погрешность (измерения) из-за изменений условий измерения –** составляющая систематической погрешности измерения, являющаяся следствием неучтённого влияния отклонения в одну сторону какого-либо из параметров, характеризующих условия измерения, от установленного значения. Эту погрешность ещё называют **дополнительной погрешностью от внешних влияющих** (на процесс измерения) **факторов** (величин).

**Влияющими величинами** являются факторы окружающей среды (температура, влажность, давление, вибрация и т.п.), нестабильность пара-метров питания электроприборов, применяемых при измерениях (напряжение и частота в сети), неправильная установка средств измерений, нарушение правил взаимного расположения средств измерений (СИ) в установке и др.

**Нормальные условия измерений** – условия измерений, характеризуемые совокупностью значений или областей значений влияющих величин, принимаемые за номинальные.

Нормальные условия измерений устанавливаются в нормативно-технических документах или в технических регламентах на средства измерений конкретного вида или при их поверке.

**Нормальная область значений влияющей величины -**  область значе-ний, в пределах которой изменением результата измерений под её воздействием можно пренебречь в соответствии с установленными нормами точности. Например, при поверке СИ класса точности 0,05 температура в термостате не должна изменяться более чем на ± 0,5°С от установленной температуры 20°С, т.е. нормальная область значений по температуре находится в диапазоне от 19,5 до 20,5 °С или нормируется как (20 ± 0,5)°С, или так: 20°С ± 0,5°С.

**Нормальное значение влияющей величины -**  значение влияющей величины, установленное в качестве номинального.

При измерении многих величин нормируется нормальное значение температуры 20°С или 293 К (К – Кельвин – единица измерения термодина-мической температуры в Международной системе единиц SI). На нормальное значение обычно рассчитана *основная погрешность* средства измерений, к которому приводятся результаты многих измерений, выполненные в разных условиях.

**Рабочая область значений влияющей величины -**  область значений влияющей величины, в пределах которой нормируют дополнительную погрешность или изменение показаний средством измерений.

Например, для амперметра нормируют изменение показаний, вызванное отклонением частоты переменного тока от 50 Гц (в данном случае 50 Гц – нормальное значение частоты). Например, так: (50,0 ± 0,1) Гц.

**Предельные условия измерений** – условия измерений, характеризуемые экстремальными значениями измеряемой и влияющих величин, которые средство измерений может выдержать без разрушений и ухудшения его метрологических характеристик.

 Средство измерения неразрывно связано с результатом прямых измерений, т.к. погрешности результата измерения рассчитывают по его метрологическим характеристикам.

Установление условий применения и нормальных условий являются обязательными для обеспечения единообразия метрологических характеристик средств измерений. Это объясняется тем, что погрешности однотипных СИ, отнесенные к различным внешним условиям применения, должны быть сопо-ставимы между собой.

В большинстве нормативно-технических документов на СИ к нормальным относятся следующие внешние условия:

**-** температура окружающей среды 293 К ± 5 К или 20°С ± 5°С;

- относительная влажность 65 % ± 15 %;

- атмосферное давление 100 кПа ± 4 кПа (750 мм рт. ст. ± 30 мм рт. ст.);

- напряжение питающей электрической сети (для электрических и др. СИ, имеющих электрические цепи) 220,0 В ± 4,4 В частотой 50 Гц;

- частота питающей электрической сети 50,0 Гц ± 0,5 Гц;

- постоянная составляющая напряжённости магнитного поля 400 А/м.

* **Дополнительная погрешность средства измерений** —составляющая погрешности СИ, возникающая дополнительно к основной погрешности вследствие отклонения какой-либо из влияющих величин от нормального ее значения или вследствие ее выхода за пределы нормальной области значений.

Принято различать дополнительные погрешности по отдельным влияющим величинам: дополнительная температурная погрешность, дополнительная погрешность от изменения атмосферного давления, дополнительная погрешность от смещения начала отсчёта прибора и т.д.

Дополнительные погрешности *учитывают* с помощью **функций влияния** или **коэффициентов влияния** по каждой влияющей величине.

Функция влияния представляет собой зависимость числовых значений (обычно в %), на которые необходимо увеличить значение основной погрешности, от значения отклонения влияющей величины от нормальных условий. Например, функцию влияния температуры указывают как ***n%/10°C,*** а функцию влияния питающего электрического напряжения как ***m%/5%Uпит***, где числа ***n%*** и ***m%*** означают, на сколько процентов нужно увеличить значение основной погрешности измерений при указанном отклонении от нормальных условий внешнего влияющего фактора (температуры и напряжения, соответственно). Если зависимость функции влияния нелинейна, то её представляют в виде графика, формулы или таблицы.

**ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЁТА ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ**

**В ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ФОРМЕ**

а) дополнительная температурная погрешность:

 

б) дополнительная погрешность от изменения атмосферного давления:



в) дополнительная погрешность от изменения влажности среды: 



г) дополнительная погрешность от изменения напряжения питания:



д) дополнительная погрешность от изменения частоты напряжения питания:



е) дополнительная погрешность от изменении напряженности постоянного магнитного поля:

**.**

**Пример 1.** Определить погрешность установки частоты сигнала в точке 1 МГц, выдаваемого высокочастотным генератором сигналов Г4-102, при отклонении температуры воздуха относительно нормальной на ± 10°С.

В техническом описании прибора Г4-102 указано, что погрешность установки частоты не превышает ± 1 %, а дополнительная погрешность установки частоты при изменении температуры на ± 10°С не превышает значения ±(3000 *f*нес + 250) Гц, где *f*нес – значение несущей частоты в МГц.

**Решение**

Определим пределы дополнительной абсолютной погрешности установки частоты:

$∆ = \pm \left(3000∙f\_{нес}+ 250\right)= \pm \left(3000∙1+250\right)= \pm 3250 Гц$.

Относительная дополнительная погрешность составляет:

$$δ= \pm \frac{∆}{f\_{нес}}∙100\%= \pm \frac{3250 Гц}{1∙10^{6}Гц}∙100\%= \pm 0,325\%.$$

Тогда погрешность установки частоты при изменении температуры на ± 10°С будет ±(1 + 0,325) = ±1,325% ≈ 1,3%.$ $

**Пример 2.** Оценить составляющие погрешности измерения тока в цепи с сопротивлением 200 Ом миллиамперметром класса точности 0,5 на пределе измерения 0,25 мА, если показание равно 0,18 мА. Измерение проведено при температуре окружающего воздуха +26 °С, давлении 107,5 кПа и вблизи токоведущей шины с напряженностью магнитного поля 300 А/м, а миллиамперметр относится к группе А лабораторных приборов. Определить суммарную вероятную погрешность измерения при **Рдов = 0,95**.

**Решение**

Оценим пределы основной абсолютной погрешности измерения силы тока, возникающей при нормальных условиях проведения измерения:



Оценим пределы относительных дополнительных погрешностей (с учетом группы эксплуатации миллиамперметра), вызванных отклонением значений факторов окружающей среды от нормальных значений:

а) при изменении температуры



б) при изменении давления





в) при изменении постоянной составляющей напряженности магнитного поля

**.**

Определим основную относительную погрешность измерения:



Суммарная вероятная относительная погрешность измерения



где  – коэффициент, зависящий от доверительной вероятности **Рдов (** или уровня значимости **q)**и количества суммируемых составляющих ***i*** погрешности.  определяется из таблицы 1;

**n** – общее количество суммируемых погрешностей.

 **Рдов + q = 1 (или 100%,** если вероятности заданы в %).

Таблица 1. Значения коэффициента 

|  |  |
| --- | --- |
| Количествосуммируемых составляющих | Значение  при **Рдов (q)** |
| **Рдов = 0,90** | **Рдов = 0,95** | **Рдов = 0,99** | **Рдов = 0,9973** |
| 2 | 0,97 | 1,10 | 1,27 | 1,34 |
| 3 | 0,96 | 1,12 | 1,37 | 1,50 |
| 4 | 0,96 | 1,12 | 1,41 | 1,58 |
| 5 | 0,96 | 1,12 | 1,42 | 1,61 |
| 6 | 0,96 | 1,12 | 1,45 | 1,64 |
| >6 | 0,95 | 1,13 | 1,49 | 1,73 |

Определим вероятную относительную погрешность измерения при заданной доверительной вероятности 0,95 и числе суммируемых составляющих **n = 4** (основная и три дополнительных):



Іноді виникає потреба визначити наведену похибку γ результату вимірю-вання при застосуванні засобу вимірювання, для якого нормована відносна похибка c/d. Для цього визначають абсолютні похибки на початку діапазона вимірювання і по всій шкалі діапазона:

1. $∆\_{"0"}= \frac{d}{100\%} X\_{норм}$ - абсолютна похибка на початку діапазона вимірю-вання (умовний “0”);
2. $∆\_{Х }\_{норм }= ∆\_{"0"} + \frac{с − d}{100\%} X\_{норм}$ - абсолютна похибка у всьому діапа-зоні вимірювання;
3. $γ = \frac{∆\_{Х }\_{норм }}{X\_{норм}}$100% . Її можна використовувати в формулах додаткових похибок як γкл.

**Приклад 3.**  Універсальним вольтметром класа 0,5/0,25 з діапазоном вимі-рювання від 0 до 30 В отримали значення 19,85 В. Вимірювання проводили в таких умовах: температура оточуючого середовища +15 ºС, вологість повітря 78 %, тиск 102 кПа, напруга живлення 232 В, зміщення початку відліку приладу +0,05 В. Обрахувати сумарну та сумарну вірогідну абсолютні похибки з довір-чою вірогідністю 0,98.

**Рішення**

δ = 0,5/0,25 Аналізуючи значення зовнішніх чинників,

Uнорм = 30 В бачимо, що значення температури дорівнює

Uвим = 19,85 В верхньому значенню робочої області значень,

tоточ серед  = tвим = +15 ºС а значення вологості і тиску - всередені робо-

Ψоточ серед =Ψвим = 78% чої області. Також є похибка систематичного

Роточ серед =Рвим = 102 кПа характеру - зміщення початку відліку, яка та-

Uживл = 232 В кож є додатковою або такою, яку можна усу-

Δ”0” = +0,05 В нути введенням поправки (розв’яжемо задачу

Рдов = 0,98 у двох варіантах). Таким чином складових су-

 марної похибки буде чотири: основна похибка

ΔΣ - ?ΔΣвірог - ?і тридодаткових (від температури, напруги

живлення та “нуля”).

**Варіант №1**

1. Визначимо основну відносну похибку результата вимірювання

$$δ\_{осн} = \pm \left[с +d \left(\frac{U\_{норм}}{U\_{вим}} − 1\right) \right]=\pm \left[0,5\% +0,25\% \left(\frac{30 В}{19,85В} − 1\right)\right]=$$

= ± [0,5% + 0,25% ·0,5113350] = ±0,6278% ≈ ±0,63%

1. Визначимо додаткові похибки у відносній формі

2.1) спочатку знайдемо γкл:

$$γ\_{кл} = \pm \frac{∆U\_{норм}}{U\_{норм}} 100\% =\pm \frac{\left[\frac{d}{100\%}U\_{норм} +\frac{с−d}{100\%} U\_{норм}\right]}{U\_{норм}} 100\%= =\pm \frac{\frac{U\_{норм}}{100\%}}{U\_{норм}}\left[d − c + d\right] 100\% = \pm c, \% = \pm 0,5\%$$

або 2.1.а) $∆\_{0}= \frac{d}{100\%} U\_{норм} = \frac{0,25\%}{100\%} 30B=0,075B$

 2.1.б) $∆U\_{норм} = ∆\_{0} + \frac{с − d}{100\%}∆U\_{норм} = 0,075B +\frac{0,5\% − 0,25\%}{100\%}30B=$

$$= 0,075B + 0,075B = 0,15B $$

 2.1.в) $γ\_{кл} = \pm \frac{∆U\_{норм}}{U\_{норм}} 100\%=\pm \frac{0,15 В}{30В}100\% = \pm 0,5\% $

2.2) додаткова похибка від температури



2.3) додаткова похибка від напруги живлення вольтметра



2.4) додаткова похибка від зміщення нуля

$$δ\_{"0"}= \pm \frac{∆\_{"0"}}{U\_{вим}} 100\% = \pm \frac{0,05В}{19,85В} 100\% = \pm 0,251889\% ≈ \pm 0,25\%$$

1. Обрахуємо сумарні відносні похибки:

3.1) максимальну

$$δ\_{Σмакс} =\sum\_{і=1}^{4}δ\_{і} =δ\_{осн}+δ\_{t}+δ\_{Uживл}+δ\_{"0"}=(0,63+0,25+0,03+0,25)\%= = 1,16\% $$

3.2) вірогідну (Pдов = 0,99 і k = 4)

$$δ\_{вір} = k\sqrt{\sum\_{i=1}^{4}δ\_{i}^{2} }= 1,41 \sqrt{0,63^{2}+0,25^{2}+0,03^{2}+0,25^{2}} =1,01949\%≈1,02\%$$

1. Обрахуємо сумарні похибки в абсолютних значеннях

4.1) Основна абсолютна похибка

$$δ\_{осн} = \pm \frac{∆\_{осн}}{U\_{вим}}100\% ⇒∆\_{осн} =\pm \frac{δ\_{осн}}{100\%}U\_{вим}= \pm \frac{0,6278\%∙19,85В}{100\%}= = \pm 0,1246183 В ≈ \pm 0,12 В$$

 4.2) Додаткова абсолютна похибка від температури

$$∆\_{t}= \pm \frac{δ\_{t}∙ U\_{вим}}{100\%}= \pm \frac{0,25\%∙19,85B}{100\%}= \pm 0,04925B ≈\pm 0,05B$$

4.3) Додаткова абсолютна похибка від напруги живлення

$$∆\_{Uживл}= \pm \frac{δ\_{Uживл}∙ U\_{вим}}{100\%}= \pm \frac{0,03\%∙19,85B}{100\%}= \pm 0,005955B ≈\pm 0,006 B$$

1. Визначимо сумарні значення абсолютних похибок:

5.1) максимальну

$$∆\_{Σмакс}= \sum\_{і=1}^{4}Δ\_{і} = ∆\_{осн}+∆\_{t}+∆\_{Uживл}+∆\_{"0"}=(0,12+0,05+0,006+0,05)В = = \pm 0,226 В$$

 5.2) вірогідну

$$∆\_{вір} = k\sqrt{\sum\_{i=1}^{4}∆\_{i}^{2} }= 1,41 \sqrt{0,12^{2}+0,05^{2}+0,006^{2}+0,05^{2}} =0,17630076В ≈$$

$ ≈\pm 0,18$ В

Запишемо результати вимірювання: Uвим = 19,85 В ± 0,23 В, δмакс = ±1,16 %

 Uвим = 19,85 В ± 0,18 В, δΣвір = ±1,02 %

Зверніть увагу на те, що сумарні вірогідні похибки мають менші значення, ніж сумарні максимальні (як в абсолютних, так і у відносних одиницях).

**Варіант №2: рішення з урахуванням поправки**

Абсолютна похибка від зміщення нуля має систематичний характер, тому її можна обнулити шляхом введення поправки:

С = - Δсист = - Δ”0” = - 0,05 В

Тоді виправлений результат вимірювання буде

Uвипр вим = Uвим + С = 19,85 В + (- 0,05 В) = 19,80 В

Далі потрібно обрахувати всі складові із виправленим значенням напруги.

Основна відносна похибка результату виправленого вимірювання буде

$$δ\_{осн} = \pm \left[с +d \left(\frac{U\_{норм}}{U\_{вим}} − 1\right) \right]=\pm \left[0,5\% +0,25\% \left(\frac{30 В}{19,8В} − 1\right)\right]=$$

= ... = ± 0,62(87)% ≈ ± 0,63%

Як бачимо, похибка зміщення нуля така мала, що не впливає на значення основної похибки. А саме основна похибка серед інших має найбільше значення. Тож в данному випадку перераховувати значення додаткових похибок немає сенсу.

**Задачи по практическим занятиям №3-4 (гр. 318, 318а)**

**«Дополнительные погрешности. Суммирование погрешностей»**

**Гр. 318 гр.**

**Задача 1.** Измеренное значение силы тока амперметром класса точности 2,5 с пределом измерения 0…500 мА составило 215 мА. Измерения проводились при условиях: температура окружающего воздуха +15 °С, влажность 65 %, напряженность электромагнитного поля 375 А/м. Определить значения основной и дополнительных погрешностей, а также оценку границ относительной суммарной и абсолютной суммарной вероятной погрешности при Рдов = 0,90.

**Задача 2.** Измеряется напряжение участка цепи вольтметром класса точности 0,5/0,25, в диапазоне 0…5 В, питаемым от сети. Отсчёт по шкале прибора 3,34 В. Условия измерения: tокр. ср. = + 27 ºС, ψокр. ср. (влажность) = 40%, Uпит сети = 232 В, fпит ети = 50,2 Гц. Определить составляющие погрешностей и относительную суммарную вероятную погрешность измерения напряжения при уровне значимости q = 0,05 (Рдов + q = 1).

**Гр. 318а**

**Задача 1.** Сопротивление резистора измерено с помощью моста постоянного тока и измеренное значение составило 512,75 Ом. Основная относительная погрешность измерения определяется по формуле: δ = ± (0,05 + 0,3/Rх), %, где Rх - измеренное сопротивление в Ом. Измерение проводилось при температуре +13,5 °С и напряженности постоянного магнитного поля 270 А/м. Определить основную, дополнительные и абсолютную вероятную погрешность измерения сопротивления Rх (q = 0,05).

 **Задача 2.** Оценить основную, дополнительные и абсолютную суммарную погрешности результата измерения напряжения. Измерение выполнено с помощью вольтметра класса 0,25/0,05 на пределе 0…10 В, показание 9,425 В. Условия измерения: температура + 26 °С, влажность 60 %, давление 101,0 кПа, напряжение питания сети 234 В, частота в сети 50,2 Гц.