**Лекції №3-4**

**ФІЗИЧНІ ВЕЛИЧИНИ ТА ОДИНИЦІ ЇХ ВИМІРЮВАННЯ**

**1.1. Фізичні величини**

Для опису властивостей тіл і явищ, які нас оточують, уведено поняття фізичні величини.

***Фізична величина (ФВ)* –** одна з властивостей фізичного об’єкту (фізичної системи, явища, процесу), яка є загальною в якісному відношенні для багатьох фізичних об’єктів, але в кількісному значенні є індивідуальною для кожного з них.

Наприклад: парта, книга, кішка, планета мають узагальнюючу властивість – масу (якісна характеристика), але в кількісному виразі за масою ці об’єкти відрізняються один від одного.

Якісна визначеність ФВ називається *родом* ФВ. Всі величини одного роду називають *однорідними*, а різного роду – *різнорідними*.

Наприклад: довжина, ширина і діаметр – однорідні ФВ, а час і відстань (ФВ довжина) – різнорідні.

Кількісна визначеність ФВ характеризують розміром, який відображає її значення.

***Розмір ФВ*** – кількісна визначеність ФВ, яка притаманна конкретному матеріальному об’єкту, системі, явищу, процесу тощо. Для отримання значення розміру певної ФВ його порівнюють з розміром однорідної ФВ, який прийня-тий за одиницю. Тобто для кожної ФВ вводять одиницю вимірювання цієї ФВ.

***Одиниця вимірювання ФВ*** – ФВ фіксованого розміру, котрій умовно при-своєно значення порівняне 1 і його використовують для отримання кількісного виразу однорідних з нею величин. Введення одиниці вимірювання ФВ дозволяє визначити її значення.

***Значення ФВ*** - вираз розміру ФВ у вигляді декотрого числа прийнятих для неї одиниць.

Значення ФВ = Числове значення ФВ + Одиниця вимірювання

***Числове значення ФВ*** – абстрактне число, яке дорівнює відношенню розмі-ру даної ФВ до одиниці її вимірювання (тобто необхідно визначити, скільки одиниць «вкладається» в певний розмір). Передбачається, що числове значення множиться на відповідну одиницю вимірювання.

Наприклад: U = 8·1B = 8 B. Для отримання значення ФВ необхідно провес-ти вимірювання даної ФВ.

При вимірюванні ФВ знаходять значення ФВ експериментальним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів (засобів вимірювань). Для оцінки якості виконаних вимірювань введені поняття істинного і дійсного значень ФВ.

***Істинне значення ФВ*** – значення ФВ, яке ідеальним чином характеризує в якісному і кількісному значенні відповідну ФВ. Істинне значення можна отримати як результат нескінченного процесу вимірювання за допомогою ідеальних методів і засобів вимірювань. Тому істинне значення – це ідеальне значення, яке є недосяжним в реальних умовах вимірювань.

***Дійсне значення ФВ*** – значення ФВ, яке отримане експериментально і настільки є близьким до істинного, що в конкретній вимірювальній задачі може бути використане замість нього. Дійсне значення від істинного відрізняється на похибку вимірювання. Тому будь-який експеримент зводиться до такого, при якому похибка буде мінімізована.

Для вимірювання однієї і тої самої ФВ можна застосовувати різні одиниці вимірювання. Тому необхідно вміти переходити від одних до інших одиниць. Якщо заданий розмір ФВ за допомогою одиниці *α1*виражений числовим значенням *А1*, а за допомогою одиниці *α2* – числовим значенням *А2*, то

*А1 α1 = А2 α2* або *А1/А2 = α2/α1.* (1.1)

Таким чином, числове значення ФВ та її одиниця знаходяться в зворотнім відношенні: *в скільки разів крупніша одиниця даної ФВ, в стільки ж разів меншим є числове значення, яким заданий розмір ФВ виражається*. Наприклад: 1 м = 10 дм = 100 см = 1000 мм (метр > дециметр > сантиметр > міліметр, а їх числові значення – навпаки: 1 < 10 < 100 < 1000).

В кожній вимірювальній задачі є ФВ, які вимірюють, і такі, які не вимірюють, але вони присутні або впливають якимось чином на результат; їх називають фізичними параметрами та впливовими чинниками.

***Фізичний параметр*** – це ФВ, яка є допоміжною або такою, без якої не може відбутися правильне вимірювання. Наприклад: при вимірюванні вольтметром миттєвого значення змінної напруги вимірювальною ФВ буде напруга, а фізичними параметрами – сила струму, частота і фаза.

***Впливовий чинник*** – це ФВ, яка впливає на розмір вличини, що вимірюють та (або) на результат вимірювання. Наприклад, впливовими чинниками вважатимуться всі умови оточуючого середовища (температура, вологість, атмосферний тиск, тощо) при вимірюванні маси або сили струму, або частоти.

**1.2. Система фізичних величин**

Одиницю вимірювання ФВ можна визначити довільно і незалежно одна від одної. Раніше застосовували багато різних одиниць для однієї ФВ, що спричиняло незручності і труднощі в господарстві, виробництві, торгівлі, науковій діяльності тощо. Для упорядкування всієї сукупності одиниць ФВ необхідно їх систематизувати, тобто створити систему фізичних величин, а потім на базі цієї системи побудувати систему одиниць ФВ.

Система ФВ створюється на основі законів і визначень, якими пов’язані між собою вимірювальні величини. При цьому обирають декілька основних величин, на базі котрих будують похідні величини.

***Система ФВ*** – сукупність ФВ, яка утворена у відповідності з прийнятими принципами, за якими одні величини обирають за незалежні, а інші визнача-ють, як функції незалежних величин.

***Основна ФВ*** - ФВ, що входить до складу системи величин і *умовно* прийнята в якості *незалежної* від інших величин цієї системи.

***Похідна ФВ*** – ФВ, що входить до складу системи величин і яку визначають через основні величини цієї системи.

В назві і позначенні системи величин застосовують узагальнені символи величин, прийнятих за основні.

Наприклад: міжнародна система одиниць SI має 7 основних величин: L - довжина, M - маса, T - час, I - сила електричного струму, Θ - термодинамічна температура, N - кількість речовини, і є системою LMTIΘNJ. Система вели-чин, де основними ФВ були довжина L, маса M і час T, позначалась LMT.

Зв’язок між різними ФВ виражається рівняннями зв’язку. Відомі два види таких рівнянь: рівняння зв’язку між величинами і рівняння зв’язку між числовими значеннями.

***Рівняння зв’язку між величинами*** – рівняння, яке відображає зв'язок між величинами, який обумовлений законами природи і в якому для відповідної ФВ використовують відповідний буквене позначення. Такі рівняння являють собою співвідношення в загальному вигляді, який не залежить від одиниць вимірювань. Таке рівняння зв’язку називають *рівнянням вимірювань*.

***Рівняння зв’язку між числовими значеннями*** – рівняння, в якому під буквеними позначеннями розуміють числові значення величин, які відповіда-ють обраним одиницям. Таке рівняння називають *рівнянням числових значень*.

Вигляд рівняння зв’язку між числовими значеннями залежить від обраних одиниць і можуть мати різний вигляд. В таких рівняннях можуть бути присутні коефіцієнти пропорційності. Якщо рівняння зв’язку між числовими значеннями має ту ж форму, що і рівняння зв’язку між величинами, то кажуть про *когерентну систему*.

Основні величини не мають будь-яких принципових пріоритетів перед похідними. Похідні величини можуть утворюватися в будь-якому співвідношенні як з основними, так і з іншими похідними величинами.

**1.3. Система одиниць фізичних величин**

***Система одиниць ФВ*** – сукупність основних і похідних одиниць ФВ, яка утворена у відповідності з принципами для заданої системи ФВ.

В системі одиниць є основні та похідні одиниці. Основні одиниці: метр (м), кілограм (кг), секунда (с), ампер (А), кельвін (К), моль (моль), кандела (кд).

Для встановлення розміру похідних одиниць використовують рівняння зв’язку між числовими значеннями (визначальні рівняння). Наприклад: визна-чимо похідну одиницю площі, обрав за основну одиницю довжини метр.    
Як правило, за одиницю площі вважають площу певної фігури, наприклад, площу квадрата, сторона якого дорівнює метру. Ця одиниця називається «квадратний метр» (кв.м). Площа фігури в рівнянні зв’язку чисельних значень:

*S = Kl2* (1.2)

Припустимо, *l* = 1 м, тоді

1 кв. м = *K*(1м)2 (1.3)

Звідки

*K =* 1 кв.м/м2 (1.4)

Тоді формулу (1.2) можна записати у вигляді

*S* [кв.м]*=* 1 кв.м /м2 (*l* [м])*2* (1.5)

Площа для кола (при тих самих одиницях довжини діаметра кола *l*) буде

*S* [кв.м]*=* π/4 кв.м /м2 (*l* [м])*2* (1.6)

В цьому випадку

*K =* π/4 кв.м/м2 (1.7)

Як правило, при записі формул позначення коефіцієнтів пропорційності не пишуть, і формули мають вид: *S = l2* для квадрата та *S* *=* (π/4) l2 - для кола.

Для встановлення похідної одиниці необхідно:

1) обрати основні величини,

2) встановити розмір основних одиниць,

3) обрати визначальне рівняння, яке пов’язує величини, що вимірюють основними одиницями, з величино, для якої встановлюється саме ця похідна одиниця,

4) прирівняти одиниці (або іншому постійному числу) коефіцієнт пропорційності, що входить до складу визначального рівняння.

Найменування і позначення похідної одиниці будується шляхом групування за алгебраїчними правилами одиниць, з яких складається її визначення.

Наприклад: одиниця швидкості має найменування – метр в секунду, позначення – м/с.

Деяким похідним одиницям надані власні наменування і позначення.

Наприклад: одиниця сили – ньютон (Н), одиниця тиску – паскаль (Па), одиниця індуктивності і взаємної індуктивності – генрі (Гн), тощо.

Ці похідні одиниці можуть бути складовими інших похідних одиниць.

Наприклад: одиниця моменту сили – ньютон-метр (Н·м), динамічна в’язкість – паскаль-секунда (Па·с), тощо.

По відношенню до обраної сис теми одиниць ФВ одиниці величин поділяють на системні та позасистемні.

***Системна одиниця ФВ*** - одиниця ФВ, яка входить до складу прийнятої системи одиниць. Системними (в системі SI) є: - основні,

* похідні,
* кратні,
* часткові.

***Позасистемна одиниця ФВ*** – одиниця ФВ, яка не входить в прийняту систему одиниць. Позасистемні (в системі SI):

- допустимі нарівні з одиницями SI,

- допустимі до використання в спеціальних галузях,

- тимчасово допустимі,

- застарілі (недопустимі).

Наприклад: 1 дюйм, 1 миля, 1 діна,1 кВт·ч – позасистемні одиниці SI.

В загальному випадку позасистемні одиниці розділяють на три групи.

До першої відносяться десятинні кратні та часткові одиниці. Найменування цих одиниць утворюються за допомогою відповідних префіксів (Додаток А).

Другу групу утворюють позасистемні одиниці, побудовані з основних систем одиниць не по десятинному принципу. До них відносяться одиниці часу хвилина та час.

Третю групу утворюють позасистемні одиниці, не пов’язані з будь-якою системою одиниць. До них відносять всі застарілі та національні одиниці (аршин, сажень, пуд, фут, ярд, тощо). Деякі з них використовують в деяких галузях ще й досі (дюйм, карат, морська миля, центнер, тощо)

***Когерентна похідна одиниця ФВ*** - похідна одиниця ФВ, пов’язана з іншими одиницями системи одиниць визначальним рівнянням, в якому чисельний коефіцієнт прийнятий дорівненим 1.

Наприклад: похідні одиниці площі, швидкості, прискорення - когерентні.

***Когерентна система одиниць ФВ*** - система одиниць ФВ, яка складається з основних одиниць і когерентних похідних одиниць. Кратні та часткові одиниці від системних одиниць не входять в когерентну систему.

Наприклад: когерентними системами одиниць ФВ є SI, СГС (основні одиниці – сантиметр, грамм, секунда), МТС (основні одиниці – метр, тонна, секунда), МКГСС (основні одиниці – метр, кілограм-сила (кг·с), секунда).

***Кратна одиниця ФВ*** – одиниця ФВ, яка в ціле число раз більша за системну або позасистемну одиницю.

Наприклад: одиниця маси 1 т (тонна) = 1000 кг = 103 кг – кратна кілограму, одиниця довжини 1 км = 103 м – кратна метру, одиниця частоти 1МГц (мегагерц) – кратна герцу.

***Дольна одиниця ФВ*** – одиниця ФВ, яка в ціле число раз менша за системну або позасистемну одиницю.

Наприклад: одиниця довжини 1 нм (нанометр) = 10-9 м – дольна метру, одиниця часу 1 мкс (мікросекунда) = 10-6 – дольна секунді.

***Узаконені одиниці*** – система одиниць та (або) окремі одиниці, встановлені для застосування в державі у відповідності із законодавчими актами. В Україні узаконеними одиницями є одиниці SI.

**1.4. Побудова систем одиниць фізичних величин**

Для побудови системи одиниць ФВ необхідно обрати декілька основних одиниць і встановити за допомогою визначальних рівнянь (рівнянь зв’язку між числовими значеннями) похідні одиниці всіх величин, що потребують. Визначальні рівняння поділяють на *закони* та *визначення*. Таке розподілення рівнянь не є абсолютним і залежить від мети і підходів до конкретних питань. Закони висловлюють винайдений експериментально або теоретично зв’язок між досліджуваними величинами. За допомогою визначень вводять нові величини.

До першого типу визначальних рівнянь належать закон всесвітнього тяжіння, закон Ома, закон Кулона про взаємодію електричних зарядів, тощо. Вирази для швидкості, прискорення, об’єму, тощо є визначенням.

При побудові системи одиниць виникають питання щодо свободи вибору основних одиниць, визначальних рівнянь і коефіцієнтів пропорційності.

Розміри основних одиниць можуть обиратися довільно. Також довільно можна обирати коефіцієнти пропорційності та визначальні рівняння.

Наприклад. У відповідності до закону всесвітнього тяжіння будь-які дві ма-теріальні точки притягуються одна до одної з силою *F*, яка прямо пропорційна масам *m1* і *m2* цих точок і зворотно пропорційна квадрату відстані *r2* між ними:

, (1.8)

де *G* – гравітаційна стала, чисельне значення якої залежить від вибору одиниць.

Досліди показали, що якщо за основні одиниці обрати метр, секунду та кіло-грам, а похідну одиницю сили – ньютон – визначити із 2-го закону Ньютона, то гравітаційна стала буде дорівнювати

*G* = 6,67·10-11 Н·м2/кг. (1.9)

Однак, якщо при тих самих основних одиницях (метр, секунда, кілограм) обрати в якості визначального рівняння закон всесвітнього тяжіння (1.8), прий-няти *G* = 1 і встановити гравітаційну одиницю сили (грав. од. сили), то гравіта-ційна стала буде

*G* = 1 грав.од.сили·м2/кг. (1.10)

В такому випадку у виразі 2-го закону Ньютона

*F = Ki ma* (1.11)

необхідно зберегти інерційну сталу *К*, яка є відмінною від одиниці:

*Ki = 1,5·1010* грав.од.сили с2 /(кг·м), (1.12)

тому

1 грав.од.сили = 6,67 ·10-11 Н. (1.13)

Все це доказує те, що *не є* питанням вибір розмірів основних одиниць, визначальних рівнянь і числових коефіцієнтів. Питанням є *кількість основних одиниць*.

Одиниці ФВ нам потрібні як допоміжний апарат для вивчення оточуючого світу. Закони природи не змінять свого об’єктивного характеру, якщо ми змінимо одні одиниці на інші. Тому основною вимогою до системи одиниць є вимога щодо практичності та доцільності кількості основних одиниць. Їх не повинно бути замало, їх не повинно бути багато.

Кількість основних одиниць пов’язана з кількістю коефіцієнтів пропор-ційності, задіяних в визначальних рівняннях. Числові значення цих коефіцієнтів пропорційності залежать від вибору основних одиниць. Якщо вдало підібрати основні одиниці, то коефіцієнти пропорціональності в рівняннях можна прирівняти до постійних чисел (найчастіше та найпростіше до 1). Якщо це можна зробити, то так і роблять.

Але коефіцієнти пропорційності присутні і у виразах, які не є визначальни-ми рівняннями. Особливістю коефіцієнтів пропорційності (таких, наприклад, як гравітаційна стала) є те, що їх числові значення залежать не тільки від обраних основних одиниць та визначальних рівнянь, але й від *розміру основних одиниць* (Додаток Б).

Чим *більше* основних одиниць прийнято в системі, тим *більше* фундамен-тальних сталих буде записано в формулах, які описують закономірності між фізичними величинами. Така перевантаженість формул призводить до труднощів при їх запам’ятовуванні, ускладнює обрахування та вимагає розробки еталонів для всіх основних одиниць. Якщо основних одиниць в системі замало, це обмежує можливості побудови похідних одиниць, що, в свою чергу, призводить до того, що значення похідних величин виявляються або замалими, або завеликими і, до того, можуть бути практично незручними і не забезпечувати всіх господарчих потреб. Доцільним є будування такої системи одиниць, яка б забезпечувала потреби всіх галузей науки і техніки, а кількість основних одиниць не перевищувала 10.

Наступне питання: скільки саме і які саме ФВ (та їх одиниці, відповідно) обрати за основні? В універсальні системі основні одиниці повинні відображати найбільш загальні властивості матеріального світу.

Цим вимогам відповідає міжнародна система одиниць ФВ SI, в якій узаконено 7 основних одиниць – метр (ФВ довжина), секунда (ФВ час), кілограм (ФВ маса), кельвін (ФВ термо-динамічна температура), ампер (ФВ сила струму), кандела (сила світла), моль (ФВ кількість речовини). Кожна одиниця повинна мати свій розмір.

***Розмір одиниці ФВ*** – кількісна визначеність одиниці ФВ, яка відтворюється та (або) зберігається засобом вимірювання.

Основні одиниці встановлюються двома способами: 1) за прототипами; 2) за результатами природних величин. Перший спосіб заснований на встановленні одиниці за допомогою якогось матеріального тіла (гирі, лінійки тощо). Другий спосіб припускає проведення процедури вимірювання, використання складної апаратури, довершеність котрої визначає точність встановлення одиниці. Для таких вимірювань створюють *еталони*, за допомогою яких забезпечують відтворення одиниць – основних і похідних – з найбільшою точністю. Причому еталони основної одиниці можуть не бути мірою самої одиниці, а слугують для визначення інших величин, за якими можна обрахувати основну одиницю.

**1.5. Розмірності фізичних величин**

Наявність та використання різних систем величин потребує вміння перево-дити одиниці з однієї системи в іншу. Будь-яка зміна основних одиниць призводить до зміни похідних одиниць. Тому необхідно винайти таке спів-відношення, яке б дозволяло визначити залежність похідної одиниці від зміни основних. Для цього вводиться поняття «розмірність», за яким якщо при вимірюванні основної одиниці в разів похідна одиниця змінюється в *n* разів, то похідна одиниця має розмірність *np* по відношенню до відповідної основної одиниці.

Припустимо, що одиниці довжини, маси та часу є основними. Якщо похідна одиниця величини *А* змінюється пропорційно ступеню *р* зміненню одиниці довжини, пропорційно ступеню *q* зміненню одиниці маси і пропорційно ступеню *r* зміненню одиниці часу, то одиниця ФВ *А* має розмірність *р* відносно одиниці довжини, розмірність *q* відносно одиниці маси і розмірність *r* відносно одиниці часу. Це можна записати у вигляді

dim A = Lp MqTr , (1.14)

де dimА (dimension (фр.) – розмір) означає розмірність одиниці похідної вели-чини *А* відносно одиниць основних величин довжини (L), маси (М) і часу (Т).

При утворенні розмірностей похідних одиниць застосовують рівняння зв’язку між чисельними значеннями і такі теореми:

1. Якщо числове значення величини *С* дорівнює добутку числових значень величин *А* і *В*, то розмірність одиниці *С* дорівнює добутку розмірностей *А* і *В*:

dim C = dim A · dim B (1.15)

2. Якщо числове значення величини *С* дорівнює відношенню числових зна-чень величин *А* і *В*, то розмірність одиниці *С* дорівнює відношенню розмірнос-тей *А* і *В*:

dim C = dim A / dim B (1.16)

3. Якщо числове значення величини *С* дорівнює ступеню *n* числового зна-чення величини *А*, то розмірність одиниці *С* дорівнює ступеню *n* розмірності *А*:

dim C = dim An = (dim A)n (1.17)

Тобто, якщо

dim A = Lp MqTr і dim B = Ll MmTt (1.18)

то при *С = А·В* розмірність *С* буде

dim C = Lp+l Mq+mTr+t , (1.19)

при *С = А/В* розмірність *С* буде

dim C = Lp-l Mq-mTr-t, (1.20)

при *С = Аn* розмірність *С* буде

dim C = Lpn MqnTrn . (1.21)

Термін «розмірність одиниці ФВ» = терміну «розмірність ФВ».

***Розмірність ФВ*** – вираз в формі степеневого одночлену, складеного з добутків символів основних ФВ в різних ступенях, в якому віддзеркалюється зв’язок даної ФВ з фізичними величинами, прийнятими в даній системі величин за основні з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 1.

Ступені символів основних ФВ можуть бути цілими, дробовими, позитив-ними, негативними. Розмірність основної ФВ по відношенню до самої себе дорівнює 1.

Наприклад: В системі одиниць, заснованій на системі величин LMT, розмірності величин шляху, маси, часу, швидкості, прискорення та сили є рівними:

dim *l* = L, dim *m* = M, dim *t* = T, (1.22)

dim *v* = dim *Δl*/dim *Δt* = LT-1, dim *a* = dim *Δv*/dim *Δt* = LT-2, (1.23)

dim *F* = dim *m*·dim *a* = dim *m*·dim *Δv*/dim *Δt* = MLT-2. (1.24)

***Показник розмірності ФВ*** - показник ступеню, в яку зведена розмірність основної ФВ, що входить в розмірність похідної ФВ. Показник розмірності основної ФВ по відношенню до себе дорівнює 1.

Наприклад: в формулі (1.22) показники розмірності довжини, маси і часу (в системі LMT) є (1,0,0), (0,1,0) та (0,0,1) відповідно; в формулі (1.23) показники розмірностей ФВ швидкості та прискорення є (1,0,-1) і (1,0,-2); в формулі (1.24) показники розмірності сили дорівнюють (1,1,-2).

Серед фізичних величин відокремлюють розмірні та безрозмірні величини.

***Розмірна ФВ*** – ФВ, в розмірності якої хоча б одна з основних ФВ наведена в ступінь, відмінну від 0.

Наприклад: шлях, маса, швидкість, прискорення, сила є розмірними ФВ.

***Безрозмірна ФВ*** – ФВ, в розмірності якої основні ФВ мають ступінь, який дорівнює 0.

Наприклад: плаский та тілесний кути – безрозмірні ФВ.

Безрозмірна ФВ в одній системі може бути розмірною в іншій системі.

Наприклад: електрична стала ε0 в системі СГС (сантиметр, грам, секунда) – безрозмірна, а в системі SI має розмірність dim *ε0* = L-3M-1T4I2.

В Додатку В надані деякі найпоширеніші похідні одиниці системи SI.

Формули (1.22) – (1.24) були отримані для випадку, коли рівняння зв’язку були ступеневими багаточленами, однак багато фізичних законів виражають трансцендентними функціями, які не можна привести до вигляду ступеневого багаточлена.

Наприклад: часова залежність сили струму I розряду конденсатора ємності C через резистор з опором R має експоненціальний вид:

(1.25)

де Δϕ - початкова різниця потенціалів на обкладинках конденсатора.

В таких випадках вираз представляють таким чином, щоб величини-аргументи трансцендентних функцій складали безрозмірну комбінацію, тобто були не змінні при будь-якій зміні основних одиниць. В (1.25) добуток *RC* має розмірність часу і тому вираз під знаком експоненти є безрозмірним.

Наприклад: барометрична формула, яка описує залежність тиску повітря від висоти, має вид:

(1.26)

де *h* - висота, *m* - маса молекули, g - прискорення вільного падіння, T –темпера-тура, *kБ*  - стала Больцмана.

Як наведено раніше, чим більше основних одиниць використовується для побудови системи одиниць, тим більше фундаментальних сталих застосовуєть-ся в рівняннях зв’язку, які не є визначальними рівняннями для інших величин. Стала Больцмана в (1.26) є фундаментальною сталою.

***Фундаментальні сталі*** – розмірні константи, які застосовані в рівняннях зв’язку, що не є визначальними рівняннями.

Розмірності можуть слугувати одним з критеріїв для перевірки правильноcті рівнянь, що відображають фізичні закономірності: всі члени правої та лівої частин рівняння повинні мати однакову розмірність. Але це спів падіння не гарантує того, що рівняння є коректним.

**1.6. Переклад розмірностей**

Якщо визначальні рівняння в обох системах однакові, а основні величини є різними, то для перекладу розмірності певної величини із однієї системи в іншу необхідно замінити розмірність основної величини на розмірність, яку вона має в інші системі.

Наприклад: перекладемо розмірність роботи із системи LMT в систему LFT, де основними величинами є довжина, сила та час. Розмірність роботи в LMT:

dim *A* = L2MT-2. (1.27)

В системі LFT одиниця маси є похідною з розмірністю

dim *m* = L-1FT2 . (1.28)

Підставляючи (1.28) в (1.27) отримаємо розмірність роботи в системі LFT:

dim *A* = L2L-1FT2T-2 = LF. (1.29)

Якщо основні величини в обох системах однакові, а визначальні рівняння є різними, то коефіцієнти пропорційності у визначальних рівняннях при переході з однієї системи до іншої можуть:

а) залишатися безрозмірними, але змінювати свою величину;

б) змінювати свою величину і набувати розмірність.

Наприклад: а) якщо для визначення одиниці площі використовувати квадратний метр, то коефіцієнт пропорційності в формулі площі квадрата є безрозмірним і дорівнює 1 (1.4), а коли одиниця площі виражена як круглий метр, то коефіцієнт пропорційності також є безрозмірним, але дорівнює 4/π;

б) Якщо в системі LMT для визначення одиниці сили використовують 2-й закон Ньютона, то коефіцієнт пропорційності в (1.11) є безрозмірним і дорівнює 1, причому

dim *F* = LMT-2. (1.30)

Підставимо розмірність сили у вираз для закону всесвітнього тяжіння (1.8), отримаємо розмірність гравітаційної сталої:

dim *G* = L3M-1T-2. (1.31)

Наявність розмірності у гравітаційної сталої означає, що її числове значення *залежить* від розмірів основних одиниць. При основних одиницях метр, кіло-грам і секунда гравітаційна стала чисельно дорівнює 6,67·10-11. Якщо основні одиниці сантиметр, грам і секунда, то числове значення гравітаційної сталої становить 6,67·10-8.

Якщо в системі LMT для визначення одиниці сили використовувати не 2-й закон Ньютона, а закон всесвітнього тяжіння, то гравітаційна стала стає безрозмірною і дорівнює 1. В цьому випадку розмірність сили буде

dim F = L-2T-2, (1.32)

а інерційна стала *Ki* в (1.11), яка раніше дорівнювала 1, здобуває розмірність

dim *Ki* = L-3MT-2. (1.33)

При основних одиницях метр, кілограм і секунда *Ki* = 1,5·1010.

В загальному випадку, коли різні системи, які мають різні основні величини, відмінні набором визначальних рівнянь, необхідно враховувати, що коефіцієнти пропорційності, які в одній системі безрозмірні і дорівнюють постійному числу (як правило 1), в іншій системі здобувають розмірність і декотре числове значення. Тому для перекладу розмірносте будь-якої величини із однієї системи в іншу потрібно замінити безрозмірний коефіцієнт розмірним або навпаки.

Розглянемо 3 важливих окремих випадки.

1. Обидві системи одиниць побудовані за однаковими визначальними рівняннями, мають одні основні величини, але вони розрізняються розмірами.

Оскільки розмірності похідної одиниці в обох системах виявляються однаковими, то при перекладі одиниць буде достатнім підставити у розмірність відношення розмірів основних одиниць, котрі повинні бути завдані або визначенням, або знайдені експериментальним шляхом, або отримані порівнянням еталонів відповідних одиниць.

Наприклад: потрібно встановити співвідношення двох одиниць сили, які визначені на підставі 2-го закону Ньютона, при основних одиницях метр, кілограм, секунда (1-ша система) і сантиметр, грам, секунда (2-га система). За визначенням співвідношення основних одиниць таке

1 м = 100 см, 1 кг = 1000 г. (1.34)

На підставі розмірності сили (1.32) визначимо співвідношення одиниць сили:

(1.35)

Оскільки одиниця сили в системі «м, кг, с» - ньютон, а одиниця сили в системі «см, г,с» - дін, то

1 Н = 105 дін. (1.36)

Встановимо співвідношення двох одиниць сили при тому ж визначальному рівнянні, коли основні одиниці – метр, кілограм, секунда і фут, фунт, хвилина. За допомогою порівняння відповідних еталонів встановлено, що

1м = 3,281 фута, 1 кг = 2,442 фунта (1.37)

За визначенням

1 хв = 60 с. (1.38)

Співвідношення одиниць сили наступне:

= 3,281·2,442·602 = 28843,927. (1.39)

Таким чином

1 Н = 28843,927 од. сили системи «фут, фунт, хвилина» (1.40)

2. Визначальне рівняння в обох системах одиниць одне й те саме, але основ-ні одиниці – різні.

Оскільки, принаймні, одна величина в одній системі, що прийнята за основ-ну, є в іншій системі похідною, то зв’язок між одиницями цієї величини в різ-них системах встановлюють експериментально. Маючи співвідношення між основними одиницями двох систем, можна винайти співвідношення між одиницями всіх величин обох систем. При цьому можна використовувати як розмірності відповідних величин, так і безпосередньо визначальні рівняння.

Наприклад: Отримаємо співвідношення двох одиниць роботи, якщо одиниці сили визначені на підставі 2-го закону Ньютона при основних одиницях метр, кілограм, секунда та метр, кілограм-сила (кгс), секунда. Перша система відповідає SI, друга – МКГСС. В SI одиниця маси – основна, одиниця сили – похідна, в системі МКГС – навпаки. Встановимо зв’язок між цими одиницями.

Якщо провести експеримент, в якому сила, дорівняна 1 в одній системі, прикладена до тіла, маса якого дорівнює 1 в інші системі, і виміряти прискорення цього тіла, то можна встановити потребуємий зв’язок між одиницями сили і маси. Одиниця кгс – це вага еталонної кілограмової гирі в місці її зберігання, де прискорення вільного падіння дорівнює 9,80665 м/с2. В SI ця вага дорівнює 9,81 Н. Тому

1 кгс = 9,81 Н (1.41)

Оскільки рівні сили 1 кгс та 9,81 Н забезпечують тілу рівне прискорення, то

1 од. маси МКГСС = 9,81 Н. (1.42)

Одиницю маси МКГСС називають технічною одиницею маси (т.о.м.) або інерта. Зворотні співвідношення для одиниць сили і маси:

1 Н = 0,102 кгс, 1 кгс = 0,102 т.о.м. (1.43)

Тому одиниці роботи в SI та МКГСС пов’язані між собою наступним чином

1 кгс·м = 9,81 Н·м = 9,81 Дж. (1.44)

3. В різних системах для визначення похідної одиниці застосовують різні визначальні рівняння, але основні одиниці в обох системах є однаковими.

Розглянемо декотру похідну величину *А*, яка в двох різних системах LMT базується на різних визначальних рівняннях і має розмірності

dim *A1* = LpMqTr та dim *A2* = LlMmTt. (1.45)

Числові значення *A1* і *A2*, що виражають величину *А* в одиницях *α1*і *α2* 1-ї та 2-ї систем LMT, знаходяться в співвідношенні:

*А1 = KА2*, (1.46)

де *К* – коефіцієнт пропорційності, розмірність якого дорівнює

dim K = Lp-lMq-mTr-t. (1.47)

Оскільки числові значення різних величин в різних одиницях і одиниці цих величин знаходяться в зворотньому відношенні (1.1), то

α1 = (1/К) α2. (1.48)

Тому знання числового значення коефіцієнта *К* у будь-якій системі одиниць дозволяє визначити його числове значення в іншій системі, тобто співвідношення між відповідними одиницями даної величини *А*.

Наприклад: при застосуванні інерційної одиниці сили, тобто коли одиниця сили в системі LMT визначена за 2-м законом Ньютона, закон всесвітнього тяжіння має вигляд (1.8). Вираз *m1m2/r2* є тією ж самою силою всесвітнього тяжіння, але виміряну в гравітаційних одиницях, тобто коли одиниця сили в системі LMT визначена на основі закону всесвітнього тяжіння. Тому, позна-чивши сили, які виміряні інерційною та гравітаційною одиницями, через *Fі* і *Fg*, отримаємо

*Fi = GFg*. (1.49)

Розмірності *Fі* і *Fg* вказані в (1.30) і (1.32), відповідно. З урахуванням (1.49) можна визначити розмірність гравітаційної сталої G (1.31).

Позначимо інерційну та гравітаційну одиниці сили через *αi* та *αg*. Тоді згідно (1.48)

*αi = (1/G) αg*. (1.50)

При вимірюванні маси в кілограмах і довжини в метрах, маємо:

1 Н = 1/(6,67·10-11) грав.од.сили = 1,5·1010 кг2/м2. (1.51)

При вимірюванні маси в грамах і довжини в сантиметрах будемо мати:

1 дін = 1/(6,67·10-8) грав.од.сили = 1,7·10-7 г2/см2. (1.52)

Для того, щоб кожного разу при розрахунках не переводити одні одиниці в інші, складають спеціальні таблиці. В Додатку Г надані деякі з найпоширених.

**Додаток А**



Префікс

Префікси для утворення десятинних кратних та часткових одиниць

**Додаток Б**

**Фундаментальні фізичні сталі**

|  |  |
| --- | --- |
| Фундаментальні сталі | Значення, надані в SI |
| 1. Гравітаційна стала *G* | *G* = 6,6720·10-11 Н·м2/кг2 |
| 2. Швидкість світла в вакуумі *с* | *c* = 2,99792458·108 м/с |
| 3. Магнітна стала µ0 | µ0 = 1,25663706144·10-6 Гн/м |
| 4. Електрична стала ε0 | ε0 = 8,85418782·10-12 Ф/м |
| 5. Елементарний заряд (заряд електрона) *е* | *е* = 1,6021892·10-19 Кл |
| 6. Постійна Авогадро *NA* | *NA* =6,022045·1023 моль-1 |
| 7. Постійна Фарадея *F* | *F* = 96484,56 Кл/моль |
| 8. Атомна одиниця маси *а.о.м.* | *1 а.о.м.* = 1,6660566·10-27 кг |
| 9. Маса спокою електрону *me* | *me* = 9,109534·10-31 кг |
| 10. Маса спокою протону *mp* | *mp* = 1,6726485·10-27 кг |
| 11. Маса спокою нейтрону *mn* | *mn* = 1,6749543·10-27 кг |
| 12. Стала Планка *h i ћ* | *h* = 6,626176·10-34 Дж·с  *ћ* = *h/2π* = 1,0545887·10-34 Дж·с |
| 13. Об’єм 1 моля ідеального газу при нормальних умовах *V0* | *V0* = 22,41383·10-3 м3/моль |
| 14. Універсальна газова стала (молярна газова стала) *R* | *R* = 8,31441 Дж/(моль·К) |
| 15. Стала Больцмана *kБ* | *kБ* = 1,380662·10-23 Дж/К |

**Додаток В**

Таблиця В.1 - Похідні одиниці системи SI, найменування і позначення яких утворені з використанням найменувань і позначень основних одиниць SI

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Величина | | Одиниця | | |
| Найменування | Розмірність | Найменування | Позначення | |
| міжнародне | національне |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Площа | L2 | квадратний метр | m2 | м2 |
| Об’єм, місткість | L3 | кубічний метр | m3 | м3 |
| Швидкість | LT-1 | метр в секунду | m/s | м/с |
| Прискорення | LT-2 | метр в секунду в квадраті | m/s2 | м/с2 |
| Хвильове число | L-1 | метр в мінус першій ступені | m-1 | м-1 |
| Густина | L-3M | кілограм на кубічний метр | kg/m3 | кг/м3 |
| Питомий об’єм | L3M-1 | кубічний метр на кілограм | m3/kg | м3/кг |
| Густина електричного току | L-2I | ампер на квадратний метр | A/m2 | A/м2 |
| Напруженість магнітного поля | L-1I | ампер на метр | A/m | A/м |
| Молярна концентрація компонента | L-3N | моль на кубічний метр | mol/m3 | моль/м3 |
| Яскравість | L-2J | кандела на квадратний метр | cd/m2 | кд/м2 |
| Плаский кут | 1 | радіан | rad | рад |
| Тілесний кут | 1 | стерадіан | sr | Ср |
| Частота | T-1 | герц | Hz | Гц |
| Сила | LMT-2 | ньютон | N | Н |
| Тиск | L-1MT-2 | паскаль | Pa | Па |
| Енергія, робота, кількість теплоти | L2MT-2 | джоуль | J | Дж |
| Потужність | L2MT-3 | ватт | W | Вт |
| Електричний заряд, кількість електрики | TI | кулон | C | Кл |
| Електрична напруга, електричний потенціал різниця електричних потенціалів, електро-рушійна сила (ЕРС) | L2MT-3I-1 | вольт | V | В |

Продовження Таблиці В.1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Електрична ємність | L-2M-1T4I2 | фарад | F | Ф |
| Електричний опір | L2MT-3I-2 | ом | Ω | Ом |
| Електрична провідність | L-2M-1T3I2 | сіменс | S | См |
| Потік магнітної індукції, магнітний потік | L2MT-2I-1 | вебер | Wb | Вб |
| Густина магнітного потоку, магнітна індукція | MT-2I-1 | тесла | T | Тл |
| Індуктивність, взаємна індуктивність | L2MT-2I-2 | генри | H | Гн |
| Температура Цельсія | Θ | градус Цельсія | °C | °C |
| Світловий потік | J | люмен | lm | лм |
| Освітленість | L-2J | люкс | lx | лк |
| Активність нукліда в радіоактивному джерелі (активність радіонукліда) | T-1 | беккерель | Bq | Бк |
| Поглинута доза іонізуючого випромі-нювання, керма | L2T-2 | грей | Gy | Гр |
| Еквівалентна доза іонізуючого випромінювання, ефективна доза іонізуючого випромінювання | L2T-2 | зиверт | Sv | Зв |
| Активність каталізатора | NT-1 | катал | kat | Кат |

Таблиця В.2 - Похідні одиниці системи SI, найменування і позначення яких утворені з використанням спеціальних найменувань і позначень, вказаних в Таблиці В.1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Величина | | Одиниця | | |
| Найменування | Розмірність | Найменування | Позначення | |
| міжнародне | національне |
| Момент сили | L2MT-2 | ньютон-метр | N·m | Н·м |
| Поверхневий натяг | MT2 | ньютон на метр | N/m | Н/м |
| Динамічна в’язкість | L-1MT-1 | паскаль-секунда | Pa·s | Па·с |
| Просторова густина електричного заряду | L-3TI | кулон на кубічний метр | C/m3 | Кл/м3 |
| Електричне зміщення | L-2TI | кулон на квадратний метр | C/m2 | Кл/м2 |
| Напруженість електричного поля | LMT-3I-1 | вольт на метр | V/m | В/м |
| Діелектрична проникливість | L-1M-1T4I2 | фарад на метр | F/m | Ф/м |
| Магнітна проникливість | LMT-2I-2 | генрі на метр | H/m | Гн/м |
| Питома енергія | L2T-2 | джоуль на кілограм | J/kg | Дж/кг |
| Теплоємність системи, ентропія системи | L2MT-2Θ-1 | джоуль на кельвін | J/K | Дж/К |
| Питома теплоємність, питома ентропія | L2T-2Θ-1 | джоуль на кілограм-кельвін | J/(kg·K) | Дж/(кг·К) |
| Поверхнева густина потоку енергії | MT-3 | ватт на квадратний метр | W/m2 | Вт/м2 |
| Теплопровідність | LMT-3Θ-1 | ватт на метр-кельвін | W/(m·K) | Вт/(м·К) |
| Молярна внутрішня енергія | L2MT-2N-1 | джоуль на моль | J/mol | Дж/моль |
| Молярна ентропія, молярна теплоємність | L2MT-2Θ-1N-1 | джоуль на моль-кельвін | J/(mol·K) |  |
| Експозиційна доза фотонного випроміню-вання (експозиційна доза гама- і рентгенів-ського випромінюв.) | M-1TI | кулон на кілограм | C/kg | Кл/кг |
| Потужність поглинаючої дози | L2T-3 | грей в секунду | Gy/s | Гр/с |
| Кутова швидкість | T-1 | радіан в секунду | rad/s | рад/с |
| Кутове прискорення | T-2 | радіан на секунду в квадраті | rad/s2 | рад/с2 |
| Сила випромінювання | L2MT-3 | ватт на стерадіан | W/sr | Вт/ср |
| Енергетична яскравість | MT-3 | Ватт на стерадіан-квадратний метр | W/(sr·m2) | Вт/(ср·м2) |

**Додаток Г**

**Співвідношення між деякими одиницями в різних системах одиниць**

Таблиця Г.1 – Співвідношення між одиницями довжини

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Одиниця | м  (метр) | Å  (ангстрем) | in  (дюйм) | ft  (фут) | Naut. mile  (морська миля) |
| 1 м | 1 | 1010 | 39,4 | 3,28 | 5,4·10-4 |
| 1 Å | 10-10 | 1 | 3,94·10-9 | 3,28·10-10 | 5,4·10-14 |
| 1 дюйм | 2,54·10-2 | 2,54·108 | 1 | 8,33·10-2 | 1,374·10-5 |
| 1 фут | 0,305 | 3,05·109 | 12 | 1 | 1,65·10-4 |
| 1 м.м. | 1,85·103 | 1,85·1013 | 7,29·104 | 6,08·103 | 1 |

Таблиця Г.2 – Співвідношення між одиницями сили

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Одиниця | Н  (Ньютон) | дін | кгс  (кілограм-сила) |
| 1Н | 1 | 105 | 0,10197 |
| 1 дін | 10-5 | 1 | 0,10197·10-5 |
| 1 кгс | 9,80665 | 9,80665·105 | 1 |

Таблиця Г.3 – Співвідношення між одиницями тиску

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Одиниця | Па  (Паскаль) | дін/см2 | бар | атм  (атмосфера) | мм рт. ст.  (міліметр ртутного стовпчика) |
| 1 Па | 1 | 10 | 10-5 | 9,87·10-6 | 7,5·10-3 |
| 1 дін/см2  (мкбар) | 0,1 | 1 | 10-6 | 9,87·10-7 | 7,5·10-4 |
| 1 бар | 105 | 106 | 1 | 0,987 | 7,5·102 |
| 1 атм | 1,01·105 | 1,01·106 | 1,01 | 1 | 7,5·102 |
| 1 мм рт. ст. | 1,33·102 | 1,33·103 | 1,33·10-2 | 1,321·10-3 | 1 |

Таблиця Г.4 – Співвідношення між одиницями роботи та енергії

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Одиниця | Дж  (Джоуль) | ерг  (ерг) | кал  (калорія) | кВт·г  (кіловатт за годину) |
| 1 Дж | 1 | 107 | 0,239 | 2,78·10-7 |
| 1 ерг | 10-7 | 1 | 2,39·10-8 | 2,78·10-14 |
| 1 кал | 4,19 | 4,19·107 | 1 | 1,16·10-6 |
| 1 кВт·г | 3,6·106 | 3,6·1013 | 8,6·105 | 1 |

Таблиця Г.5 – Співвідношення між одиницями потужності

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Одиниця | Вт  (ватт) | ерг/с | кал/с | к.с.  (кінська сила) |
| 1 Вт | 1 | 107 | 0,239 | 1,36·10-3 |
| 1 ерг/с | 10-7 | 1 | 2,39·10-8 | 1,36·10-10 |
| 1 кал/с | 4,19 | 4,19·107 | 1 | 5,69·10-3 |
| 1 к.с. | 7,36·102 | 7,36·109 | 1,75·102 | 1 |

Таблиця Г.6 – Переклад одиниць температури

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Найменування | Значення в метричній системі | Зворотнє співвідношення |
| Температура  за Фаренгейтом | T(°F) = 9/5·(T(°C) + 32),  де T(°F) – температура за шкалою Фаренгейта | T(°C) = 5/9·(T(°F) – 32),  де T(°С) – температура за шкалою Цельсія |
| Температура  за Реомюром | Т(°R) = 4/5·Т(°C),  де T(°R) – температура за шкалою Реомюра | Т(C°) = 5/4·Т(R°), |
| Температура  за абсолютною шкалою | Т(°K) = Т(°C) + 273,16,  де Т(°K) – температура за шкалою Кельвіна | Т(°С) = Т(°К) - 273,16 |
| Співвідношення температурних шкал | n(°C) = 0,8n(°R) = (1,8n + 32)°F | |
| 0 °C = 273,16 °K = 32 °F | |