Тема 3 (Частина 2)

Розрахунок та конструкція дисків, що обертаються

1. Орієнтування виробів на пласкому диску, що обертається

Рассматривая изделие как материальную точку, условие возможности начала движения изделия весом G, поступившего на диск на расстоянии r_0 от оси вращения диска, можно написать в следующем виде:

$$J \geqslant fG, \qquad (1)$$

где $J = mr_0\omega^2$ — центробежная сила;

$m = \frac{G}{g}$ — масса изделия;

g — ускорение силы тяжести;

ω — угловая скорость диска;

f — коэффициент трения изделия по диску.

Подставляя в формулу (1) значения J и G, получаем

$$\omega \geqslant \sqrt{g\frac{f}{r_0}}, \qquad (2)$$

откуда минимальное число оборотов диска в минуту, необходимое для начала движения изделий,

$$n_{\min} \geqslant \frac{30}{\pi}\sqrt{g\frac{f}{r_0}}. \qquad (3)$$

Рекомендуемое число оборотов диска

$$n = (2 \div 3)\frac{30}{\pi}\sqrt{g\frac{f}{r_0}}. \qquad (4)$$

Так как траекторией движения материальной частицы на вращающемся диске является логарифмическая спираль , то уравнение этой траектории можно представить в таком виде:

$$r = r_0 e^{\varphi \operatorname{ctg} \theta}, \quad (5)$$

где r — полярный радиус;

φ — полярный угол;

θ — постоянный угол, составляемый касательной к логарифмической спирали с полярным радиусом точки касания.

Для кускового сахара экспериментально определено, что

$$\operatorname{ctg} \theta = 776{,}3 n^{-2{,}204} + 0{,}14.$$

Абсолютную скорость v_a движения материальной частицы можно представить как геометрическую сумму скорости v_e переносного движения, которым является вращение диска, и относительной скорости v_r перемещения частицы по диску.

Переносная скорость

$$v_e = r\omega. \quad (6)$$

Относительная скорость (при траектории перемещения по логарифмической спирали)

$$v_r = \sqrt{r^2\omega^2 - \frac{2gf}{\cos\theta}(r - r_0)}. \quad (7)$$

Абсолютная скорость

$$v_a = \sqrt{v_r^2 + v_e^2 - 2v_r v_e \sin\theta}. \quad (8)$$

После удара о неподвижный борт изделие (кусок сахара) движется по периферии диска со скоростью

$$v_u = \sqrt{\frac{gRf_1\left(\frac{1}{f^2} - \alpha - \frac{B}{2R}\cdot\frac{1}{\alpha}\right)}{1 - f_2\alpha}}, \quad (9)$$

где R — радиус диска;

f_1 — коэффициент трения сахара по диску;

f_2 — коэффициент трения сахара по неподвижному борту;

B — ширина куска сахара;

α — угол, образованный радиусами, проходящими через центр тяжести куска сахара и через точку касания куском сахара борта.

Производительность ориентирующе-питающего устройства с гладким вращающимся диском может быть определена по следующей формуле:

$$Q = \beta \frac{60}{l} v_u, \quad (10)$$

где l — длина куска сахара;

β — коэффициент использования.

Коэффициент использования

$$\beta = \frac{1}{m} \cdot \frac{l}{l + \Delta l}, \qquad (11)$$

где m — число равновероятных положений кусков сахара при движении по периферии диска, из которых отсекающее устройство отбирает одно, отбрасывая сахар, идущий в других $m - 1$ положениях (для кусков сахара прямоугольной формы $m = 2$);
l — длина куска сахара;
Δl — величина расстояния между кусками сахара, движущимися по периферии диска.

2. Переміщення виробів у радіальних направляючих жолобках конусного диска, що безперервно обертається.

Исследуем перемещение изделий на конусном непрерывно вращающемся диске, снабженном радиальными направляющими желобками, переходящими на периферии диска в гнезда для изделий, от места подачи до попадания в гнезда. Конусный диск устанавливается на вертикальном валу.

Изделия попадают в радиальные направляющие желобки или непосредственно из подающего их вибролотка, или после ориентирующих щеток, которые перемещают не попавшие в желобки изделия с периферии диска к вершине конуса.

Допускаем, что в начальный момент изделие попадает в радиальные направляющие желобки диска с небольшой скоростью. Из-за конусности и вращения диска изделие начнет перемещаться по поверхности диска и вдоль стенки направляющего желобка. Можно считать, что изделие будет перемещаться в переносном движении вместе с вращающимся диском и в относительном движении в направлении стенки желобка.

По схеме сил (рис. 1) (считая массу изделия сосредоточенной в его центре тяжести) на изделие будут действовать:

а) сила, перемещающая изделие по образующей конуса, вызванная действием центробежной силы:

$$P_1 = mr\omega^2 \cos\alpha, \qquad (12)$$

где m — масса изделия;
r — расстояние центра тяжести;
ω — угловая скорость вращения диска (изделия);
α — угол наклона образующей конуса диска;

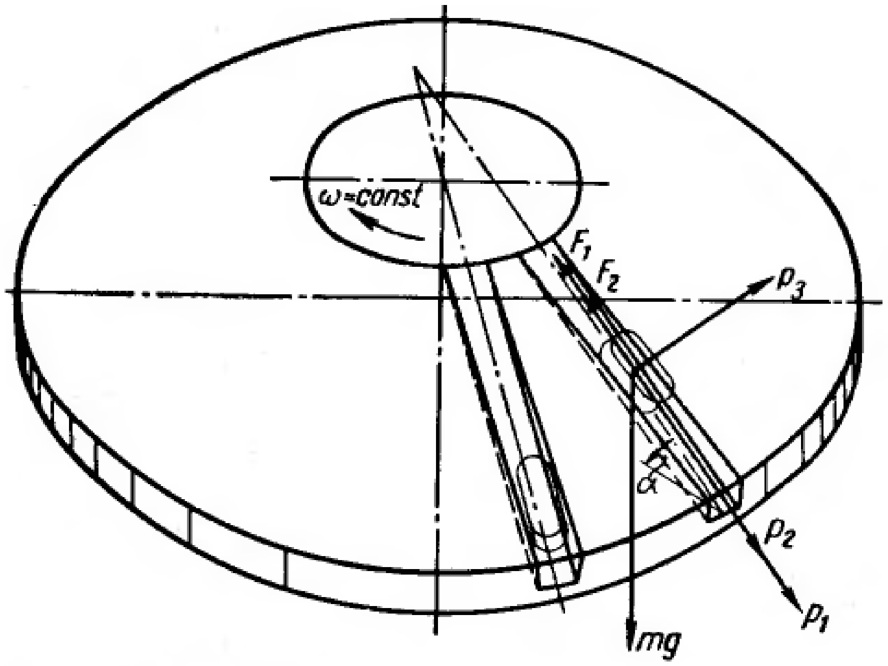

Рис. 1 Схема действия сил на изделие, перемещающееся в радиальных направляющих желобках конусного диска

б) сила перемещающая изделие по образующей конуса, вызванная действием силы тяжести изделия:

$$P_2 = mg \sin \alpha, \qquad (13)$$

где g — ускорение силы тяжести;

в) сила трения изделия по поверхности диска:

$$F_1 = fm\,(g \cos \alpha - r\omega^2 \sin \alpha), \qquad (14)$$

где f — коэффициент трения изделия по плоскости диска и о стенку желобка;

г) поворотная Кориолисова сила:

$$P_3 = 2m\omega\dot{r}, \qquad (15)$$

где $\dot{r}$ — скорость относительного движения;

д) сила трения о стенку желобка (от действия поворотной Кориолисовой силы):

$$F_2 = 2fm\omega\dot{r}. \qquad (16)$$

Направление сил трения противоположно направлению относительного перемещения изделия по поверхности диска и стенке желобка.

Для того чтобы изделие начало перемещаться в радиальных направляющих желобках от центра к периферии, необходимо соблюсти следующее условие (пренебрегая небольшой скоростью изделия в начальный момент):

$$P_1 + P_2 \geqslant F_1 + F_2. \qquad (17)$$

Подставив значения сил P_1, P_2, F_1 и F_2 из уравнений (12,13,14, 16), получаем

$$r\omega^2 \cos\alpha + g\sin\alpha \geqslant f(g\cos\alpha - r\omega^2 \sin\alpha + 2\omega\dot{r}). \qquad (18)$$

Напишем уравнение движения изделия по желобку в следующем виде:

$$m\ddot{r} = mr\omega^2 \cos\alpha + mg\sin\alpha - fmg\cos\alpha + \qquad (19)$$
$$+ fmr\omega^2 \sin\alpha - 2fm\omega\dot{r},$$

откуда

$$\ddot{r} + 2f\omega\dot{r} - \omega^2 (f\sin\alpha + \cos\alpha)\, r = g(\sin\alpha - f\cos\alpha). \qquad (20)$$

Считая ω и f постоянными величинами, имеем линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка.

Характеристическое уравнение этого дифференциального уравнения будет иметь следующий вид:

$$k^2 + 2f\omega k - \omega^2 (f\sin\alpha + \cos\alpha) = 0.$$

Находим корни характеристического уравнения:

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= \omega\left(\sqrt{f(f + \sin\alpha) + \cos\alpha} - f\right); \\ k_2 &= \omega\left(-\sqrt{f(f + \sin\alpha) + \cos\alpha} - f\right). \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

Общее решение уравнения (20) имеет следующий вид:

$$r = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t} - \frac{g(\sin\alpha - f\cos\alpha)}{\omega^2 (f\sin\alpha + \cos\alpha)}, \qquad (22)n$$

где C_1 и C_2 — произвольные постоянные, которые определяем из начальных условий движения.

При $t = 0$, $r = r_\partial$, $\dot{r} = 0$, где r_∂ — радиус диска в начале желобка.

Тогда

$$C_1 = \left[\frac{g(\sin\alpha - f\cos\alpha)}{\omega^2(f\sin\alpha+\cos\alpha)} + r_\partial\right]\frac{k_2}{k_2-k_1};$$

$$C_2 = -\left[\frac{g(\sin\alpha - f\cos\alpha)}{\omega^2(f\sin\alpha+\cos\alpha)} + r_\partial\right]\frac{k_1}{k_2-k_1}.$$

Подставляя значения C_1 и C_2 в выражение (22), после преобразований получаем

$$r = \left[\frac{g(\sin\alpha - f\cos\alpha)}{\omega^2(f\sin\alpha+\cos\alpha)} + r_\partial\right]\frac{k_2(e^{k_1t}-1)-k_1(e^{k_2t}-1)}{k_2-k_1} + r_\partial. \qquad (23)$$

Скорость движения по направляющему желобку

$$\dot r = \left[\frac{g(\sin\alpha - f\cos\alpha)}{\omega^2(f\sin\alpha+\cos\alpha)} + r_\partial\right]\frac{k_1k_2}{k_2-k_1}(e^{k_1t}-e^{k_2t}). \qquad (24)$$

Ускорение в этом движении

$$\ddot r = \left[\frac{g(\sin\alpha - f\cos\alpha)}{\omega^2(f\sin\alpha+\cos\alpha)} + r_\partial\right]\frac{k_1k_2}{k_2-k_1}(k_1e^{k_1t}-k_2e^{k_2t}). \qquad (25)$$

Решая уравнение (23) относительно t, можно найти время перемещения изделия по направляющему желобку.

Обозначим

$$A = \frac{(r-r_\partial)(k_2-k_1)}{\dfrac{g(\sin\alpha - f\cos\alpha)}{\omega^2(f\sin\alpha+\cos\alpha)} + r_\partial}. \qquad (26)$$

Тогда из уравнения (23) получаем

$$A + (k_2 - k_1) = k_2e^{k_1t} - k_1e^{k_2t}. \qquad (27)$$

Раскладывая e^{k_1t} и e^{k_2t} в ряд и ограничиваясь первыми тремя членами ряда, получаем после подстановки значений этих величин в уравнение (27) и преобразований

$$A = \frac{k_1k_2(k_1-k_2)}{2}t^2. \qquad (28)$$

Подставив в формулу (28) значения k_1, k_2 и A из формул (21) и (26), получаем после преобразований

$$t = \sqrt{\frac{2(r-r_\partial)}{g(\sin\alpha - f\cos\alpha) + r_\partial\omega^2(f\sin\alpha+\cos\alpha)}}. \qquad (29)$$