

Лекція №7

Розділ 2. Етапи побудови математичної моделі.

Вступ.

Процес створення математичних моделей трудомісткий, тривалий і пов'язаний з використанням праці різних фахівців досить високого рівня, які мають гарну підготовку як у предметній галузі, пов'язаній з об'єктом моделювання, так і в галузі прикладної математики, сучасних чисельних методів, програмування, які знають можливості та особливості обчислювальної техніки. . Відмінною особливістю математичних моделей, створюваних в даний час, є їх комплексність, пов'язана зі складністю об'єктів, що моделюються. Наприклад, при моделюванні процесів деформування різних конструкцій під дією прикладеного навантаження доводиться враховувати не тільки процеси масопереносу, що відбуваються при деформуванні, але і теплоперенесення, пов'язане з цим зміна структури і властивостей матеріалу, вплив різних видів випромінювання, вплив гравітаційних і електромагнітних полів, передісторії деформування. Крім того, для сучасних моделей характерне уявлення об'єкта моделювання у вигляді більш менш складної системи взаємодіючих елементів. Всі зазначені вище особливості призводять до ускладнення моделі, необхідності спільного використання безлічі теорій, застосування сучасних обчислювальних методів і обчислювальної техніки для отримання та аналізу результатів моделювання.

Впровадження обчислювальної техніки, що спостерігається в даний час, у всі сфери людської діяльності призвело до повсюдного використання математичних моделей. Ця обставина пов'язані з тим, що ЕОМ - це " залізо " , " розумним " і корисним його роблять програми, що у більшості випадків є реалізаціями алгоритмів відповідних математичних моделей. Все це призводить до необхідності створення великої кількості різноманітних математичних моделей з широкими можливостями, що задовольняють різним, часто суперечливим вимогам. Задовольнити всім вимогам накладеним в одній моделі у разі складних об'єктів, як правило, неможливо. Тому доводиться створювати цілий спектр моделей одного й того ж об'єкта (у деяких випадках - ієрархічну сукупність "вкладених" одна в одну моделей), кожна з яких найбільш ефективно вирішує покладені на неї завдання моделювання. Так, моделі, орієнтовані на дослідницькі цілі, здатні моделювати об'єкт у широкому діапазоні вихідних параметрів із задовільною точністю. При цьому практично немає обмежень на складність подібної моделі, а також на час, що витрачається на отримання результатів. Дослідницькі

моделі можуть бути орієнтовані як отримання кількісних, і якісних результатів. Моделі, що використовуються в автоматизованих системах управління (АСУ), на відміну від дослідницьких, мають досить жорсткі обмеження на час, що витрачається на отримання результатів, а також - на точність самих результатів.

Необхідність у масовому створенні моделей вимагає розробки деякої сукупності правил і підходів, які б знизити витрати на створення моделі і зменшити ймовірність появи важко усунутих згодом помилок. Таку сукупність правил можна назвати технологією створення математичних моделей.

Процес створення будь-якої математичної моделі можна розглядати як послідовність етапів, зображених на рис.2.1.

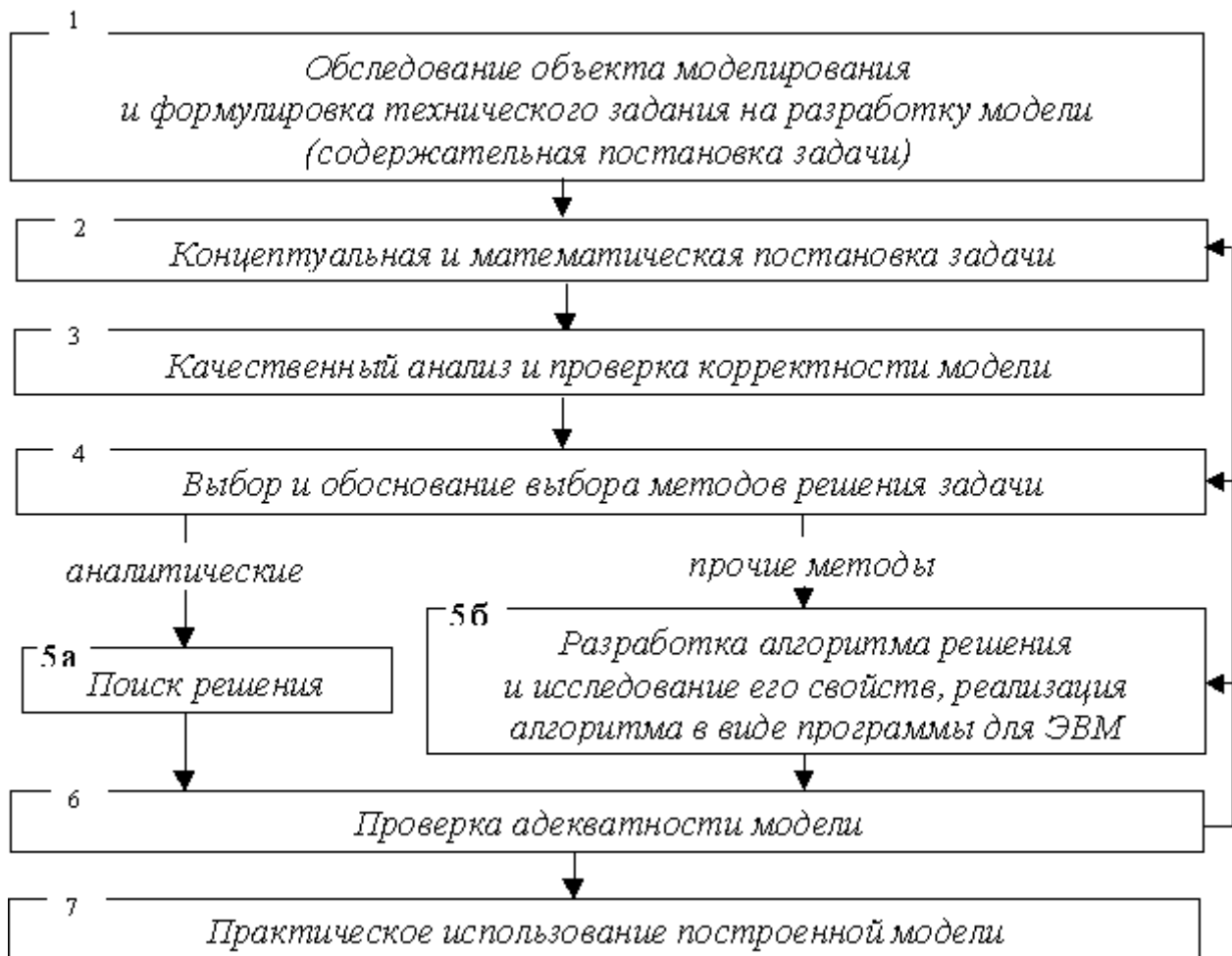


Рис. 2.1. Этапы побудови математичної моделі

Обстеження об'єкта моделювання

Математичні моделі, що особливо використовують чисельні методи та обчислювальну техніку, вимагають для свого створення значних інтелектуальних, фінансових та тимчасових витрат. Тому рішення про створення нової моделі приймається лише у разі відсутності інших, більш простих шляхів вирішення проблем, що виникли (наприклад, модифікації однієї з існуючих моделей). Необхідність у новій моделі може виникнути у зв'язку з проведенням наукових досліджень (особливо – на стику різних галузей знання), виконанням проектних та конструкторських робіт на виробництві, створенням систем автоматичного управління, планування та контролю. Людину чи організацію, зацікавлених у створенні нової математичної моделі, для стислості називатимемо замовником. Після ухвалення рішення про необхідність створення нової математичної моделі замовник шукає виконавця свого замовлення. Як виконавець, як правило, може виступати робоча група, що включає фахівців різного профілю: прикладних математиків, фахівців, які добре знають особливості об'єкта моделювання, програмістів.

Отже, якщо рішення про створення моделі прийнято, і робоча група сформована, можна приступати до етапу обстеження об'єкта моделювання. Основною метою цього етапу є підготовка змістовної постановки завдання моделювання.

Перелік сформульованих у змістовній (словесній) формі основних питань про об'єкт моделювання, які цікавлять замовника, становить змістовну постановку завдання моделювання.

Підготовка списку питань, на які має відповісти нова модель, найчастіше є самостійною проблемою, яка потребує свого вирішення фахівців зі специфічними знаннями та здібностями. Вони повинні не тільки добре розумітися на предметній галузі моделювання, знати можливості сучасної обчислювальної математики та техніки, але й бути досить комунікабельними, тобто вміти спілкуватися з людьми. Таких фахівців нині називають постановниками завдань. Джерелом інформації для постановника можуть бути розмови з представниками замовника, наявна інформація про об'єкт моделювання (особливо - дані експериментальних досліджень), і навіть моделі, розроблені раніше. З аналізу всієї зібраної інформації постановник завдання має сформулювати такі вимоги до майбутньої моделі, які, з одного боку, задовольняли б замовника; з іншого боку, реалізація моделі має бути здійснена у задані терміни у межах виділених матеріальних коштів. Фахівці - постановники повинні мати здатність з великого обсягу слабо формалізованої різноманітної інформації про об'єкт моделювання, з різних, не чітко висловлених і сформульованих побажань та вимог замовника до майбутньої моделі, виділити те головне, що може бути справді реалізовано. З перелічених вимог до постановників завдань видно, наскільки велика відповідальність, покладена ними, і наскільки може бути важкі помилки і прорахунки, допущені ними. Неправильна оцінка терміну та вартості реалізації

необхідної моделі може призвести до невдачі всього проекту, марної втрати часу та коштів. Фахівці, схильні до роботи як постановники завдань, особливо цінуються і є, без перебільшення, золотим фондом наукових колективів. З цього приводу Г.Біркгоф зазначає, що прикладники-математики, "здатні до глибокого спілкування з іншими вченими та інженерами та знайомі з міццю та обмеженнями цифрових машин, ... покликані стати вождями завтрашнього математичного світу, але їх буде вкрай важко знайти та розвинути" [[1].З урахуванням даного висловлювання, а також маючи на увазі кінцеву мету діяльності робочої групи - побудова математичної моделі, - видається доцільним рекомендувати як керівник групи саме прикладника-математика.

Етап обстеження проводиться членами робочої групи під керівництвом постановників завдань та включає наступні роботи:

- ретельне обстеження власне об'єкта моделювання з метою виявлення основних факторів, механізмів, що визначають його поведінку, визначення відповідних параметрів, що дозволяють описувати об'єкт, що моделюється,
- збирання та перевірка наявних експериментальних даних про об'єкти - аналоги, проведення при необхідності додаткових експериментів,
- аналітичний огляд літературних джерел, аналіз та порівняння між собою побудованих раніше моделей даного об'єкта (або подібних до об'єкта, що розглядається),
- аналіз та узагальнення всього накопиченого матеріалу, розробка загального плану створення математичної моделі.

На основі зібраної інформації про об'єкт моделювання постановники спільно із замовником формулюють змістовну постановку задачі моделювання, яка, як правило, не буває остаточною і може уточнюватись та конкретизуватись у процесі розробки моделі. Однак, з урахуванням викладеного вище, всі наступні уточнення та зміни змістовної постановки мають мати приватний, не принциповий характер. Якщо об'єктом моделювання є технологічний процес, машина, конструкція або деталь, змістовну постановку задачі моделювання дуже часто називають технічною постановкою задачі.

Весь зібраний в результаті обстеження матеріал про накопичені на даний момент знання про об'єкт, змістовна постановка задачі моделювання, додаткові вимоги до реалізації моделі та подання результатів оформляються у вигляді технічного завдання на проектування та розробку моделі.

Технічне завдання є підсумковим документом, який закінчує етап обстеження. Як зазначалося, даний етап є дуже важливим і відповідальним. Чим повнішу інформацію вдасться зібрати про об'єкт на етапі обстеження, тим чіткіше можна виконати змістовну постановку завдання, повніше врахувати накопичений досвід і знання, уникнути багатьох складнощів на

наступних етапах розробки моделі. Особливо необхідно формулювати вимоги до майбутньої моделі. Неконкретні та нечіткі вимоги можуть серйозно ускладнити процес здачі моделі замовнику, викликати нескінченні доопрацювання та покращення. У цілому нині етап опрацювання технічного завдання може становити до 30% часу, відпущеного створення всієї моделі, і з урахуванням можливого уточнення і переформулювання - і більше.

Враховуючи велику важливість аналізованого етапу, технічне завдання слід піддавати внутрішньої (всередині організації) та зовнішньої експертизі незалежними експертами, які не беруть участь у його розробці. Обов'язковою умовою на етапі розробки технічного завдання є участь у його обговоренні всіх членів робочої групи.

Приклад:

Змістовна постановка завдання про баскетболіст

Розробити математичну модель, яка дозволяє описати політ баскетбольного м'яча, кинутого гравцем у баскетбольний кошик.

Модель має дозволяти:

- обчислювати положення м'яча будь-якої миті часу;
- визначати точність попадання м'яча в кошик після кидка за різних початкових параметрів.

Вихідні дані:

- маса та радіус м'яча;
- початкові координати, початкова швидкість та кут кидка м'яча;
- координати центру та радіус кошика.