

## Лекція №2

### Розділ 1. Основні поняття. Технології побудови моделей.

#### КЛАСИФІКАЦІЯ МОДЕЛЕЙ

Зазначена вище неоднозначність терміна “модель”, величезна кількість типів моделювання та його швидке розвиток ускладнює нині побудова логічно закінченої, задовольняє всіх класифікації моделей. Будь-яка подібна класифікація умовна через те, що вона відбиває, з одного боку, пристрасті авторів, з другого — обмеженість їх знань у кінцевому числі областей наукового пізнання. Цю класифікацію слід розглядати як спробу побудови деякого інструменту чи моделі для дослідження властивостей та характеристик самого процесу моделювання.

Як було зазначено, нині існує кілька підходів до моделювання, які умовно можна об'єднати у великі групи: матеріальне (“уречевлене”, предметне) і ідеальне (думкове чи теоретичне) моделювання. Враховуючи, що ідеальне моделювання є первинним по відношенню до матеріального (спочатку у свідомості людини формується ідеальна модель, а потім на її основі будується матеріальна), типи моделювання можна представити наступною схемою (рис. 1). Знайомство з видами моделювання почнемо з матеріального, яке хоч і є вторинним, але наочніше і просто для розуміння.

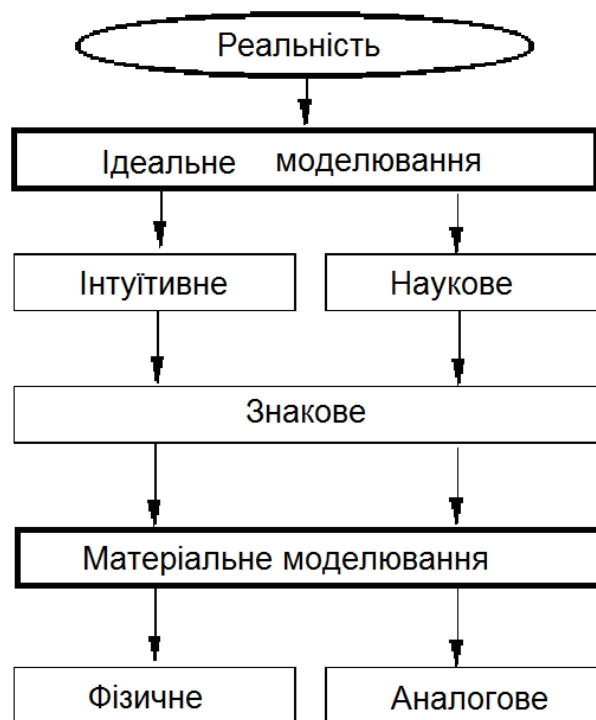


Рис. 1 Типи моделювання

## Матеріальне моделювання

Основними різновидами матеріального моделювання є фізичне та аналогове моделювання. При цьому обидва види матеріального моделювання ґрунтуються на властивостях геометричної чи фізичної подоби. Дві геометричні фігури подібні, якщо відношення всіх відповідних довжин та кутів однакові. Якщо відомий коефіцієнт подібності - масштаб, то простим множенням розмірів однієї фігури на величину масштабу виходять розміри іншої, їй подібної до геометричної фігури. Два явища фізично подібні, якщо за заданими характеристиками одного можна отримати характеристики іншого простим перерахунком, що аналогічний переходу від однієї системи одиниць виміру до іншої. Вивченням умов подібності явищ займається теорія подібності.

Фізичне моделювання- це таке моделювання, при якому реальному об'єкту ставиться у відповідність його збільшений або зменшений матеріальний аналог, що допускає дослідження (як правило, в лабораторних умовах) за допомогою наступного перенесення властивостей процесів, що вивчаються, і явищ з моделі на об'єкт на основі теорії подоби.

До прикладів фізичних моделей можна віднести макети в архітектурі, моделі суден у суднобудуванні. Слід зазначити, що з натурних моделей судів у середині XIX століття моделювання стало розвиватися як наукова дисципліна, а самі моделі - активно використовуватися під час проектування нових технічних пристроїв. Середина XIX століття пов'язана у суднобудуванні із закінченням епохи вітрильних суден та початком епохи парового флоту. Виявилось, що використання парових машин потребує принципової зміни конструкції суден. Насамперед це усвідомили будівельники військових кораблів. Як відомо, в умовах морської битви час життя судна залежить головним чином від його маневреності та швидкості. Для вітрильних суден у результаті багатовікового досвіду було вироблено оптимальні поєднання форми корпусу та вітрил. Для кораблів із паровою машиною швидкість визначається потужністю останньої. Тоді тепло для машин отримували від спалювання вугілля в топках котлів. Тому чим вище потрібна потужність машини, тим більше котлів необхідно використовувати і мати на судні більший запас вугілля. Все це збільшувало судно і знижувало його швидкість, зводячи до нульового ефекту збільшення потужності машини. Враховуючи, що будівництво одного крейсера займало кілька років, а його вартість була дуже значною, можна зрозуміти прагнення суднобудівників знайти швидший і дешевший (порівняно з традиційним методом спроб та помилок) спосіб пошуку оптимальних параметрів судна. Вихід було знайдено у моделюванні. Простягаючи в басейнах невеликі моделі майбутніх суден і вимірюючи силу опору, було знайдено раціональні рішення, як формою корпусу судна, і за потужністю силової установки.

В даний час методи натурного моделювання знаходять найширше застосування в суднобудуванні, авіабудуванні, автомобілебудуванні, ракетобудуванні та інших областях. Наприклад, розробки нового літака велике значення мають експерименти з натурними моделями, що випробовуються в аеродинамічній трубі. Проведені дослідження дозволяють вивчити особливості обтікання фюзеляжу повітряними потоками, знайти найбільш раціональну форму корпусу та окремих вузлів. Натурні моделі використовують і для дослідження причин великих аварій і катастроф. Активно використовуються натурні моделі у поєднанні з іншими методами моделювання (наприклад, комп'ютерного) під час зйомки фільмів. Так, на зйомках американського фільму "Титанік" для сцен загибелі корабля було використано понад десять моделей судна.

Крім натурних обстежень можливе відтворення процесів у лабораторних умовах на моделях, подібних до натурального об'єкта. Лабораторно-модельний метод має низку переваг у порівнянні з натурним, які полягають у можливості вивчення:

- не створених ще у природі об'єктів;
- впливу будь-якого фактора, виділеного з усієї сукупності факторів;
- швидко протікають явищ, неловимих у натурних умовах.

Крім цього, моделювання виявляється дешевшим за натурні дослідження.

При проведенні експерименту в природі або моделі вивчають конкретне явище і основи узагальнення результатів прагнуть отримати підстави розрахунку інших родинних явищ. З певною закономірністю поширювати результати моделювання можна лише з подібні явища.

Як відомо з теорії подібності, геометрична подібність обумовлена рівністю кутів і пропорційністю подібних сторін у порівнюваних геометричних фігурах. Під механічною подобою розуміється пропорційність швидкостей та прискорень двох потоків, а також подібність сил, що викликають подібні рухи. При тепловому подоби зберігається подібність температури та теплових потоків.

Дані досвіду можна розповсюджувати на подібні явища, у яких виконуються умови однозначності та чисельно рівні визначальні критерії подібності.

Основними критеріями механічної подоби є:

- *критерій Рейнольдса*  $Re$ , що визначає співвідношення між інерційними силами та силами в'язкості;
- *критерій Фруда*  $Fr$ , що виражає співвідношення між гравітаційними та інерційними силами;
- *критерій Архімеда*  $Ar$ , що характеризує співвідношення сил інерції та витіснення;
- *критерій Ейлера*  $Eu$ , що визначає співвідношення сил тиску та динамічних сил.

Основними критеріями теплової подоби є:

- *критерій Прандтля*  $Pr$ , що характеризує фізичні властивості повітря;
- *критерій Пекле* тепловий  $Pe = RePr$ , аналогічний критерію Рейнольдса;
- *критерій Нуссельта*  $Nu$ , що характеризує процес теплообміну на межі між середовищами.

У багатьох випадках виконати всі умови однозначності виявляється важко. Тут на допомогу приходять чудова властивість методології моделювання, яка називається *автомодельністю*. Область *автомодельності* - це така область явища, у межах якої не потрібно дотримання рівності окремих критеріїв.

Найбільш поширеним явищем *автомодельності*, яким широко користуються в моделюванні аеродинамічних та теплових процесів, є рух рідини в зоні турбулентної течії. Це явище дозволяє розширити можливості моделювання, замінивши потекорозподіл повітря в натурних умовах потекорозподілом води. Умови подібності будуть дотримуватися, якщо встановлено, що перебіг у тому та іншому випадку є розвиненим турбулентним. Проявом цієї умови зазвичай вважають  $Re > 2320$ .

Прикладом такого випадку може бути моделювання аеродинамічних процесів у гідравлічному лотку. У цьому пристрої рухомий потік повітря моделюється плоским потоком води, що рухається по робочому столу. Якщо потоці виявляється контур випробуваного предмета (наприклад, будівлі), завдання полягає у візуалізації характеру руху води у зоні обурення. Для візуалізації зазвичай використовують алюмінієву пудру, яка рівномірно розтікається поверхнею води і не тоне.

При фотографуванні моделі на знімку чітко видно всі завихрення і лінії струму води, які залишають частинки пудри, що рухаються. Описаний пристрій моделює плоску картину або двовимірний процес обтікання.

Іншим прикладом *автомодельності* є процес вільного руху рідини, викликаний її різною щільністю. Так, при  $Gr \cdot Pr > 2 \cdot 10^7$  закономірність процесу залежить від лінійного розміру і температури джерела, що зручно використовувати під час моделювання конвективних течій і струменів, не переймаючись рівності критерію Архімеда в натурі і моделі. Тут  $Sr$  - критерій Грасгофа, що показує співвідношення сил витіснення та в'язкості.

Перерахунок отриманих на моделі результатів передбачає використання масштабних співвідношень. Найбільш зрозумілим є масштаб довжин, що дорівнює відношенню розмірів об'єкта в натурі та на моделі.

Масштаб довжин призначається довільно, виходячи із зручних для роботи розмірів моделі. Крім масштабу довжин використовуються масштаби та інших моделюваних величин: температури, швидкості, витрати повітря та теплових потоків тощо. Решта масштабні співвідношення призначаються, з умови рівності визначальних критеріїв подоби.

Аналогове моделювання- це моделювання, засноване на аналогії процесів та явищ, що мають різну фізичну природу, але однаково описуються формально (одними й тими самими математичними співвідношеннями, логічними та структурними схемами). Використовується в тому випадку, якщо неможливо дослідити або випробувати об'єкт або важко та неможливо побудувати фізичну модель.

В основу аналогового моделювання покладено збіг математичного опису різних (найчастіше – якісно) об'єктів. Як приклади аналогових моделей можна навести електричні і механічні коливання, які з погляду математики описуються однаковими співвідношеннями, але які стосуються якісно відмінним фізичним процесам. Тому вивчення механічних коливань можна проводити за допомогою електричної схеми, і навпаки. При деяких припущеннях аналогічними можна вважати процеси поширення тепла в тілі, дифузії домішок та просочування рідини.

До цікавих прикладів можна віднести відому в теорії пружності аналогію Прандтля. Прандтлем було показано, що рівняння для функції напруги в задачі про кручення стрижня довільного поперечного перерізу ідентичні рівнянням, що визначають прогин нерозтяжної мембрани, натягнутої на пружний контур тієї ж форми, під дією рівномірного тиску. Це дозволяє замінити аж ніяк не прості експерименти з визначення напруг у стрижні, що скручується, простими вимірюваннями прогинів мембрани.

Моделі фізичного та аналогового типу є матеріальним відображенням реального об'єкта та тісно пов'язані з ним своїми геометричними, фізичними та іншими характеристиками. Фактично процес дослідження моделей даного типу зводиться до проведення низки натурних чи лабораторних експериментів, де замість реального об'єкта використовується його фізична чи аналогова модель.